教員養成と教育数学

蟹 江 幸 博 [*]

目 次

* 三重大学名誉教授

1　原論としての教育数学

1.1　数学の教育の設計

（公）教育における数学の教育課程を決定するということは，単純化するなら,「与えられた時間数の下で，しかるべき教育目的を達成するためには，数学のどのような領域を選択すれば良いか」という問いに答えることといっても良いだろう．また，どのようなクラスにおける授業実施内容も,「単位時限の間に，しかるべき数学の主題を教えるために，どのような教材や教授法を選択するか」という問いへの答えと考えることもできる．

このように，公教育の教育課程といったマクロな場面から，あるクラスのある日の授業，あるいは，家庭教師と生徒が一対一で向かい合うミクロな場面まで，数学の教育の多くの現場で行われている行為の基底には,「教育目的，数学の領域，教授方法等の組合せ（マッチング）問題の，与えられた時間数やそのほかの拘束条件の下での，何がしかの意味における適合的な解」を求める営みが存在している．本稿では，こうした営み一般を「数学の教育を設計（デザイン）する」と呼ぶことにしたい．

筆者は,「教育数学」というものについて考え始めた当初から,「教育数学」と総称する中で行われる営みが，最終的には，この「数学の教育の設計」における有効性を目指すべきだし，担保する筈のものであると考えていた．

1.2　教員養成カリキュラムにおける教育数学の位置づけ

この「数学の教育の設計」は，現場の数学教員にとっても，年間の，あるいは，しかるべき単元の授業計画や，一回の授業の流れのなかで — 現実の教員において意識的であるか無意識的であるかはともかくとして — 不可欠な“ 技能 ”であるだろう．もちろん，こうした「設計技能」は，本来的には，数学や教育に関する様々な知識の習得や経験を通じて獲得されるべき“ 総合的 ”な技能である．しかし，こうした技能を，個々の教員のいわば“ 職人芸 ”に終わらせるのはなく，それなりに普遍性のあるものにするためには，この「数学の教育の設計」に関する“ 原論的な学問 ”が必要となる.「教育数学」は，そうした役

割を担うものとして構想されるべきだろうと考えている．つまりは，数学の教員養成を考える際に，この「設計技能」の涵養に資するための“ 原論的な科目 ”に充当することが想定できるものとして「教育数学」を構築することが要請されるだろうし，目指してもいる．

2　評価と設計の枠組み

2.1　意思決定行為と学問 — マックス・ヴェーバーの見解

前節で述べた「数学の教育の設計」という行為は，一般的には複合的な行為だが，構成要素的には,「目的と手段の組合せ（マッチング）」という形態の“ 意思決定 ”の一種とみなすことができる[1]．もっとも,「目的と手段の組合せ（マッチング）」というものは，人間の意識的行為にあって普遍性をもつものであって,「数学の教育の設計」もその一環として考えるべきものかもしれない．

例えば，マックス・ヴェーバーは論文『社会科学と社会政策にかかわる認識の「客観性」』([7]) において,「人間の行為」というもの全般について,「その究極の要素を抽出しようとすると. . . そうした行為が「目的」と「手段」の範疇（カテゴリー）に結びついていることがわかる」と述べている．

それでは,「行為者」が何らかの「手段」を用いてしかるべき「目的」を達成しようと「意欲」している状況において,“ 学問的な考察の対象となり得る ”ものとは何だろうか．この問いに対して，ヴェーバーは，次のような見解を示している．

まず，前提として,「目的」は所与として仮設されるべきものとする．つまり，目的の設定それ自体は，学問の役割ではないということである．その上で，学問の役割として,（１）「手段」の適合性の評価,（２）「手段」の副次的[2]効果の指摘,（３）「目的」の根底にある「理念」の明確化,（４）そうした「理念」の適合性の評価，を挙げている[3]．

2.2　「選択の無限性」の困難

意思決定を伴う人間の行為の基底にある「目的と手段の組合せ（マッチング）」について，何がしか学問的な態度で論じようとする際に多くの困難に直面するが，困難の根源には,「目的」も「手段」も，それぞれの取り得る選択肢が，多くの場合，事実上，無限の多様性をもつことがある．

こうした「組合せ」の問題を申し分なく“ 理論的 ”に扱うためには，本来は，あらゆる「組合せ」を考慮に入れることが必要である（もし一部を取り上げないとすれば,「恣意性」

[1]目的と手段のあり方もさまざまで固定されるものではなく，また重層的でもありうる．たとえば,「投げた石の届く距離を求める〔目的〕ために，2 次方程式を考える〔手段〕ことを選択する」とか,「その 2 次方程式を解く〔目的〕ために，解の公式という方法〔手段〕を選択する」など．

[2]特に，当の行為者が気づいていないマイナス効果についての

[3]詳しくは [3] を参照されたい．そこでは，平成 8 年度に設置された教育課程審議会における議事を素材に，ヴェーバーの見解について紹介している．

が入り込んだ議論になってしまう）．しかし，無限の組合せを調べ尽くすことは（有限の時間では）出来ることではないので，実際の議論においては,（事実上の）無限の多様性を，**何らかの方法**で，実際に取り扱いが可能な程度の有限の組合せに（恣意性が入り込まないようにして）還元することが必要となる．

この作業は十分に気を付けて行うことが必要なのであるが，現実に行われている議論では，互いの了解もなく，話者それぞれが異なる有限の組み合わせをすべての組み合わせとしていることが多い．このように，この「**何らかの方法**」が不適切なものであったり，あるいは，その必要性や方法が参加者に共有されていない場合，しばしば，同一の対象を異なる名称で呼んだり，異なる対象に同一名称を付したりといった混乱が生じ，議論が成立しなくなってしまう[4]．

「選択の無限性」の有限化には適切な方法があるのだろうか？　あるとしたら，どのようなものなのだろうか？

2.3　方法論的基礎としての「理念型化 (Ideal Typification)」

「事実上の無限の多様性」をもつ対象を,「実際上の取り扱いが可能な程度の有限の組合せ」に還元する基盤的な方法として,「理念型化 (Ideal Typification)」が挙げられる．これは，マックス・ヴェーバーが自らの理解社会学を展開するにあたって用いた「理念型の構成」を，多少の解釈を加味して再構成した方法である[5]．

この「理念型化」は，学術的な論議を行うための完全言語を人工的に構成する方法の一種なのだが[6]，技術的な概要[7]の紹介は別の機会を俟つこととして，本稿では，次節で提示する Toy model [8] を見ることで，説明に代えることとしたい．

---

[4]議論の前提となる作業を“十分に気を付けて”行えば，こうした混乱は生じないか，生じても軽度で済むだろう．本稿で筆者が提案しようとしている試みは，こうした前提となる作業を，“意図的な”というか，“定式化”された営みにしようとするものである．いわば,「当たり前のことを，当たり前に言う」ための基礎作業に他ならないのだが,「当たり前のこと」だからといって,「当たり前に言う」ことが簡単かどうかはまったく別の問題であり，そこに，本稿で提示するような営みの重要性があると考えている．

[5]「理念型化」は，より一般的な方法 — 本稿では「型式（かたしき）化（Typification）」と呼ぶ — の特別な場合に相当するのだが，ヴェーバーに敬意を払うのと，理念型化がこの方法の本質であることに鑑みて，ここでは「理念型化」を掲げることにした．

[6]この「理念型化」を「言語」という文脈で捉えるなら，ある種の完全性を帯びた局所言語を構成することであり，その内実が同等な処方は歴史の様々な場面で知られている．なお，それが最も多用されてきたのが「数学（ヘ・マテマティケー）」であるということができるかもしれない．

[7]そもそも言葉には，同音異義語と同義異音語がある．つまり,「言葉」は，“義”（意味，ソシュールのいうシニフィエ）の空間と“音”（表示，ソシュールのシニフィアン）の空間の間の多対多の対応を与えていることになる．こうした空間の部分空間からなる，ある種の構造をもった族空間を考え，それを完備化することで,“義”と“音”の 1 対 1 の対応を保障できるようにする．技術的な概要を，非常に乱暴に述べれば，以上のような感じになるだろう．

[8]統計物理学などにおいて， 完全な状態変数や方程式を満足する解を求めることが困難な場合に，その系の性質の“本質的”な理解を可能にするような“簡易化（simplify）された変数や方程式で記述される系”—

3　Toy model 構成の試み —— 「電卓の使用」を論じる枠組み

学校数学（算数を含む）における電卓の使用については，忌避される傾向が強いように思われる．実際，学校における「数学の試験」では，電卓使用が不可とされることが多い．これは，特に，理工系の高等教育の各種専門試験において，電卓の使用が当然の前提とされていることと対照的であろう．

そこに，我々は，現在の「学校数学」を支える何がしかの数学観と，理工系諸領域の数学使用者（ユーザー）が抱く数学というものに対する観方との乖離を見ることも可能だろう．そして，そうした“数学観”を適切に表示することや，そうした数学観と「数学の教育」との関係性の評価を行うことも,「教育数学」の射程のうちにある．

もっとも，本稿では，この問題に深入りすることはせず，あくまで,“方法の見本の提示（Toy model）”として，小学校での四則の計算の学習において,「電卓」の扱いについて論じることのできる枠組みの構築を取り上げてみたい．

3.1　資材の作成

枠組みの構築のための資材となる「算数の計算学習における電卓の扱いに関する様々な主張」を作成するため，最初に，生の素材の収集と，その素材を「目的と手段の組合せ（マッチング）」の形式に整形することを行う．

[1]　素材の収集 — 算数・数学委員会の議事要旨抜粋

枠組み構築作業の第一歩は，現実の議論に現れる主張群を収集することである．

ここでは，平成 8 年度に設置された教育課程審議会の下に設置された算数・数学委員会の議事要旨から，計算を実行する装置（デバイス） — 具体的には,「筆算」,「そろばん」,「電卓」 — に関する委員の意見を，こうした主題に対する議論の現実的な素材として採用する [9]．具体的な意見として，次のものを採り上げることにする．

- 電卓を課題学習などで扱うのはよいが、基礎・基本としての通常の計算で用いるのはやめるべきである。
- そろばんは計算の意味を理解させるための補助として使用すべきで、そういった意味からいえば、低学年で扱うべきである。

Ising model のような — を Toy model と呼ぶことがある．以下，本稿で扱う“model”も,“簡易化”されたものではあるが,「考察の対象である事象の性質を“本質的”に捉えている」という意味を込めて，Toy model と呼んでいる．

[9] この審議会や委員会における議事の詳細な扱いについては，[3] を参照されたい．

- そろばんと電卓については、位取りや数の概念を形成するという立場で扱うこともできる。ただし、電卓については、小学校第４学年での計算の習熟を踏まえ、計算の基礎ができあがる小学校第５学年あたりから扱うのが望ましい。
- 小学校で、３、４桁あたりの筆算などは削除する。かけ算なども２桁まででよい。大きい計算は電卓ですればよい。

[2]　「目的と手段の組合せ」形式への整形

次に行う作業は，上述のいずれも断片的な発言を，趣旨を勘案して言葉を補いながら，「算数における計算の学習〔目的〕のために，筆算・そろばん・電卓といった計算実行装置のどれを選べば良いか，もしくは，どのように扱えば良いか〔手段〕」という形式の主張に整形することになる．本稿では詳細を述べることはせず，そこに読み取れる主な傾向を，次のように主張群にまとめることにしよう．

- 「そろばん」は，計算の「意味の理解」のための補助として適している．
- 「基礎・基本としての通常の計算」のためには,「電卓」は適さない．
- 「計算の基礎」のためには，2 桁程度の「筆算」で十分である．
- 「位取りや数の概念を形成する」ために,「そろばんと電卓」を扱うことができる．
- 大きな数の計算や課題学習などで，計算を速くかつ正確に行って「結果を求める」ためには,「電卓」が適しており,「筆算」は適さない．

3.2　「目的の領域」の型式化 — 類型・純型・理念型

2.2 節で述べたように，教育的な営みにおいて，選択すべき「目的」や「手段」は，一般に，無限の多様性をもっており，この状況下で何かしら有効な営みを行うためには，無限の領域を有限化する必要がある．

本節では，前節までに記述した状況下で，この有限化の基盤的な方法である「理念型化（Ideal Typification）」 — より一般には「型式(かたしき)化（Typification）」 — についての説明を試みる．

[1]　「目的の領域」の提示

今，上述の主張群に現れる「教育の目的」のなす領域は，

$\mathcal{P}$ = {「意味の理解」,「計算の基礎」,「位取りや数の概念を形成する」,
「計算結果を求めること」,「基礎・基本として通常の計算」, ⋯ }

といったものになる．

もちろん，この「目的の領域」は，本来，2.2 節の意味での“ 無限の多様性 ”をもつものである．

[2] 特徴を共有するクラス

この「目的の領域」$\mathcal{P}$ に含まれる要素には,「位取りや数の概念を形成する」のように,「位取りの概念の形成」と「数の概念の形成」が複合されたものと，他の要素に分解できないという意味で単位的なものがあることが観察される．

単位的な要素は，大雑把に述べて,「○○を知る」,「○○がわかる」,「○○を理解する」といった表現を共有する“ 型 ”のものと,「○○ができる」や「○○を身につける」といった表現を共有する“ 型 ”のものに区分することができる．

[3] 「類型（class type)」という「型式 (type)」

ここで,「○○がわかる」や「○○を理解する」といった表現を共有している「目的の領域」の要素からなる“ クラス ”と,「○○ができる」や「○○を身につける」といった表現を共有する要素からなるクラスを考えてみる．このような“ クラス ”を,「わかる」や「できる」といった“ 特徴 ”を共有しているという意味合いを明確にするため，それぞれ,「わかる型」 と 「できる型」の“ クラス ”と呼ぶことにしよう．

一般に，ある基層集合（underlying set）の要素からなる“ クラス ”が，しかるべき特徴を共有しているとき，その特徴を表示する「類型（class type)」をもつ“ クラス ”と呼ぶことにする．なお，以下で,「類型」と同様に,（基層集合とは限らない集合の）クラスを特徴づける「理念型（ideal type)」や「純型（pure type)」といった概念を用いるが，こうした概念を総称して,「型式(かたしき)（type)」と呼ぶことにする．

[4] 「類型」の不完全性

前項では,「わかる型」や「できる型」といった“ 類型 ”を,「目的の領域」の要素からなる“ クラス ”に対応する「型式」として提示した．しかし，ここには，大きな問題がある．

例えば，現実の授業において,「積の計算ができる」という学習目的は,「計算の結果を正しく求めることができる」ことが主であったとしても,「積の意味（定義）がわかっている」ことを当然の前提と想定している論者が多いのではないだろうか．そうであれば，つまりは,「わかる型」のクラスと「できる型」のクラスは,（集合論的な意味で）排反であるとは限らないことになる[10]．したがって,「わかる」と「できる」を区別しているはずの議論で

[10]それればかりではなく，そもそも，この“ クラス ”が「部分集合」という意味で確定可能なものかどうかについても，問題がある．実際，ソシュールによって導入された枠組みを借用し，この事態をもう少し正確に述べれば,「積の計算ができる」といった「言明」はシニフィアンに相当し，対応するシニフィエが，⟨「積の定義がわかっている」という言明のシニフィエ ⟩ と ⟨「計算の結果を正しく求めることができる」という言明のシニフィエ ⟩ の合併になっている，といったふうになる．より詳しくは，ソシュールにあっては明示的でなかったシニフィエとシニフィアンの対応を，シニフィエの空間とシニフィアンの空間の部分集合間の — つまり，べき集合族の間の — 対応として捉え直したプリエートの仕事の参照が必要になる．

あっても,「積の計算ができる」といった“現実”の話題になると，両者の混同が生じてしまう.

このように[11],“現実”に生じ得る“要素”に基づく「類型（class type)」を考えている限り，どれだけ慎重に対処しようが，議論は不完全性を免れないということになる.

[5] 理念化された「型式」

そこで,「わかる」と「できる」を“理念化（抽象化)”したものとして,「理解型 (understanding type)」と「習得型 (acquisition type) [12]」という二つの“型式（type)”を設定しよう[13].

前項で挙げた「わかる型」と「できる型」という類型と異なる,“理念化”された「理解型」や「習得型」という“型式”においては，例えば,「理解型」の「理解」は「できる」ことをまったく含意せず，同様に,「習得型」は「わかる」ことをまったく必要としない.

つまり，この「理解型」と「習得型」は，現実(リアル)な要素における支配的な“性質”を抽出し，言語的に実体化したものであり，現実(リアル)なもの自体の代表 — 同値類の代表元のような — といった性質をもたない理念(イデアル)な存在になっている[14].

[6] 理念型（ideal type）と純型 (pure type)

以上のような意味合いを込めて，マックス・ヴェーバーは，この理念的な型式を「理念型（Ideal Typus)」と呼んだ．さらに，ヴェーバーは，その理念型が，複合的ではなく単位的なものであるとき,「純型（Pure Typus)」とも呼んでいる[15]．ここでの例について言えば,「理解型」と「習得型」は,「教育の目的」の領域 $\mathcal{P}$ 上の純型と考えることができる.

[7] 「型式番号」の類似として

なお，上述の通り,「類型」であれ,「理念型」であれ，一般に「型式」は，$\mathcal{P}$ の要素からなる同値類と 1 対 1 の対応をしているわけではないから，$\mathcal{P}$ の要素 p に対して,「p が X 型をもつ」という表現は正確ではない.

---

[11] これ以外にも多くの理由がある.

[12] 第一言語（母語）は，通常,「学ぶ（learn)」ものではなく,「習得する（acquire)」ものであると言われる．第一言語を使えるために，その仕組みの“理解”は — 少なくとも第二言語の教室習得時に規範文法を“理解”するような意味では — 必要ではない.

[13] もちろん，この設定の仕方は，この主題を論じる人間集団に何らかの意味で合意されていることが前提ではあるものの，本質的には“恣意的”である．その設定の選択の成否は，そこから導かれた結果の現実的問題への適応性でもって，その有効性が測られることになる.

[14] 筆者が「理念型化」と呼んでいるヴェーバーのアイデアの核心は，脚注 10 で触れた集合族を用いた定式化の下で，ある種の完備化を行うことに相当している.

[15] 脚注 14 の文脈でいえば，この単位性（純性）は,（完備化された）シニフィエ空間におけるある種の極大性 — シニフィアン空間における極小性と同等 — に相当する．いわば，ヴェーバーのいう“理念化”とは,「任意の要素を分解しうる単位的な要素群」を構成することと思うこともできる.

そもそも，前提となっている領域の要素の「型式」を考えることは，工業製品に型式番号を与えることの類似として提案したものである．実際，生産管理や在庫管理のため，同一規格の製品に敢えて異なる型式番号を与えることがあるように，同一の要素が異なる型式をもつこともありうるのである．

したがって,「p が X 型をもつ」という表現が,「p が X 型しかもたない」という含意で用いられるのであれば，一般には，誤りになる．つまりは,「X 型をもつ p」,「X 型の p」といった表現の方が適しているが，文脈から混乱のおそれがない場合は,「p が X 型をもつ」ということもある．

いずれにせよ,「理念型」や「純型」といった「型式」を考える際に留意すべきことは，“ 現実の要素 ” そのものを表示・指示しているわけではないことである．ある意味で “ 現実 ” を離れた “ 理念 ” の世界であるからこそ，議論に整合性をもたせることができることになる．

もちろん，そこで営まれた作業の結果は，最終的に，現実の世界に還元されることが要請されるのだが，それについては，3.5 節で簡単に触れることにする．

3.3 「手段の領域」の型式化

3.1 節の [**2**] で “ 整形 ” した主張群を,「理解型」と「習得型」という目的の二つの純型を用いて整理してみると，次のような主張にまとめられる．

[主張 **a**]
計算学習の「理解型」の目的のためには,「筆算」が最も適しており,「そろばん」は補助として適しているが,「電卓」は適さない．

[主張 **b**]
計算学習の「習得型」の目的のためには,「電卓」が適しており,「筆算」は適さない．

しかし，このままでは「目的と手段の組合せ」について論じることは難かしく,「手段」の領域についても，型式化（理念化）する必要がある．

[**1**] 「手段の領域」の提示

さて,「手段」の領域は，今の文脈においては，

$$\mathcal{D}_0 \quad = \{ \text{ 「筆算」,「そろばん」,「電卓」 } \}$$

であるが，歴史的に計算手段を見てみれば，

$\mathcal{D}$ = { 〈結縄〉,〈小石 (カルクル) を用いたアバクス〉,〈算木〉,〈そろばん〉,〈インド式砂算〉,〈アラビア式紙算（現行の筆算)〉,〈メソポタミアの積や逆数の数表〉,〈弦の表〉,〈対数表〉,〈計算尺〉,〈機械式計算機〉,〈電卓〉, ⋯ }

のような，“ 実際上の無限性 ” をもつものになる[16]．なお，この表示も便宜的なもので，たとえば電卓を取っても目的によっては,〈電卓〉 = { ○○社の××機種，□□社の△△機種，⋯ } などと考える必要が出てくることもあるだろう[17]．

[2] 観点系の設定

[主張 a] と [主張 b] を整合的に理解するためには，$\mathcal{D}$ の要素としての「筆算」や「そろばん」,「電卓」の何かしらの特徴に着目しなければいけない．

ここでは，計算が実行される「プロセス」に着目することにする[18]．計算の算法（アルゴリズム）を「理解」するためには，計算が実行されているプロセスが「見える」かどうかということは重要な点であるだろう．

この観点[19] から $\mathcal{D}$ を類別すると,「筆算」と「そろばん」ではプロセスが見えるが,「電卓」では見えない，ということになる．

それでは，[主張 a] において,「理解」のために,「筆算」が「そろばん」より優位に置かれているのはなぜだろうか．その理由は,「そろばん」における計算では，次のステップに移行するとプロセスのありようが消失するのに対して,「筆算」の場合にはプロセスの一覧が遺されるところにあると考えることができる．つまり,「筆算」はプロセスが「保持」されるのに対して,「そろばん」は — まして,「電卓」では — プロセスが「保持」されることはない．

[3] 「手段」の純型

以上のような状況を整理するために，この「手段」の領域を型式化して,「プロセス可視型」と「プロセス不可視型」，そして,「プロセス保持型」と「プロセス非保持型」という四つの “ 純型 ” を導入しよう[20]．

---

[16]無限と呼ぶほどに見えないかもしれないが，それぞれに長い歴史があって，異形もあるし，細分が必要なものもある．議論のレベルや，また目的によっても，どの細かさにするかを決めなければいけなくなり，その選択だけで大変であるということになれば議論そのものが始められなくなることすらある．ここではアイデアを述べているだけで，実際上の作業は，結局のところ，取扱い可能な有限の範囲内で，いわば，“ 近似的 ” に行うしかない．

[17]つまり,「類型」としての〈電卓〉と言っても良いだろう．

[18]着目というのは “ 観点 ” を人為的に設定するということであり，その成否は，それから得られた枠組みの現実への適用における有効性で測られることになる．

[19]「プロセス」という観点の下での,「見えるか否か」という「部分（補助）観点」．

[20]これらが純型（理念型）であるのは，現実の領域で “ すべてのステップが可視的である ” ような計算実行装置を見出すことが困難なことにある．実際，例えば,「積の筆算」の実行過程では，脳内に保存されている「1 桁掛ける 1 桁」の “ 九九 ” という名称の “ 数表 ” が,「プロセスが見えない形態」で利用されている．

このとき，この文脈で「電卓」という装置が対応する型式は「可視型」と「保持型」の複合型 — つまり「可視・保持型」 — ,「そろばん」は「可視・非保持型」，そして,「電卓」は「不可視・非保持」型ということになるだろう[21].

[4]　型式に関する命題化

なお，こうした純型を導入すると，本節の冒頭部で提示した [主張 a] と [主張 b] から，型式に関する命題

[主張 A]
計算学習の「理解型」の目的のためには,「プロセス可視・保持型」の手段が最も適しており,「プロセス可視・非保持型」の手段は補助として適しているが,「プロセス不可視・非保持型」の手段は適さない.

[主張 B]
計算学習の「習得型」の目的のためには,「プロセス不可視・非保持型」の手段が適しており,「プロセス可視・保持型」の手段は適さない.

を導出することができる.（もちろん，この命題の（真偽というより）当否の評価は，別の問題である.）

3.4　純型による「領域」の区画

こうした純型を“ 座標系 ”として用いれば,「手段の領域」$\mathcal{D}$ を次の表のように区画することができる.

プロセス	可視型	不可視型
保持型	〈 筆 算 〉	
非保持型	〈そろばん〉	〈 電 卓 〉

表 1: 「手段の領域」の区分

このような区分を行うと,「計算実行装置（デバイス）」からなる領域のうちに，不可視・保持型という未知な部分領域が存在することが明瞭に見て取れる．もちろん，こうした未知なる領域の発見が意味のあることかどうかは状況次第だが，少なくとも,“ 型式化 ”には,「新たな研究領域の発見法」としての機能もあることがわかる.

[21] 3.2 節の [7] で述べたように,「プロセス可視型の筆算」や「プロセス保持型の筆算」を考えるのと同様に，別の観点から出発した異なる「型式」をもつ「筆算」を考えることもできる．こうして，議論の中での「筆算」の位置づけを，文脈に即して明確に区別することが可能となる.

3.5　評価と設計の枠組みとして

当初の目標であった「評価と設計のための枠組み」としての使用法についても，少しだけ触れておこう．

そもそも，

「算数の計算学習のためには，筆算が良いのか，電卓が良いのか」

といった問いは，解答不能な設問なのである．解答可能な設問にするためには,「算数の計算学習の目的」の領域と,「計算の手段の領域」を型式化して，

「理解型の目的とプロセス可視型の手段は適合的か」

といった定式化をすることが必要になる [22]．

ここで,「理解型の目的とプロセス可視型の手段は適合的である」という命題が認められたとしよう．この適合性命題は，現実の「数学の教育の設計（デザイン）」において，一種の“コンセプト・デザイン”の役割を果たすことになる．つまり，それぞれの「型式」をもつ「資源（リソース）（“現実”の領域の要素)」を選択しなければ，実際の授業の設計には至らない．

より詳しくは，例えば,「それぞれの型式をもつ“資源（リソース）”が（拘束条件である）現実の状況において使用可能か」どうかに応じて,（１）可能であるなら，どれを選ぶのか,（２）可能でない（適合性の劣る，もしくは，不適合なの資源しか使用可能でないという拘束条件が存在する）のなら，そうした資源を使ってプロセスを理解させる方法をいかに工夫するか，等々の作業が必要になる．

さらに，型式による“コンセプト・デザイン”は，設計の要素的なものであり，複合的に使用されることにも注意しておこう．例えば，実際の設計作業において,「理解型の目的」を達成するための“現実的な手段”を選択する際に,「理解型の手段」が主となるとしても，副次的に「習得型の手段」を組み合わせることが有効であることは珍しくない．この「主たる手段と副次的な手段の組合せ」という部分的な組合せ（マッチング）問題についても,「異なる手段の型式の適合性」を考察し，その後に，現実の資源（リソース）の選択，というふうに作業が進むことになる．

[22]例えば，3.3 節の [**3**] で提示した [主張 **A**] を承認する人は多いだろうが，[主張 **B**] については，このままの形で認めることは難しいかも知れない．後者については,「より短い時間で」とか,「より操作手順の少ない方法で」といった“条件”があれば成立しそうだが，こうした“条件”が現行の型式の枠組みに収まらないのなら“拘束条件”として扱うべきであろうし，あるいは，目的に入れたいのであれば，枠組み自体を広げる必要があるだろう．

4　人間の営みとしての「数学の使用」

4.1　教え学ぶ「数学」とは何か

数学の教育における最も基本的な問いを一言で述べるとすれば,「どのような " 数学 " を,どのように教え学ぶ [23] のか」ということになるだろう．それでは，この問いの前半部である,「教え学ぶ数学」とは何なのだろうか.

ハンス・フロイデンタールは，1980 年開催の ICMI[24] における招待講演『数学教育の主要問題』の中で，こう説いている（[2, p.193]）.

> おそらく皆さんは，ここのところまで，私が教材 (subject matter) やその教授法 (didactics) についてほとんど注意を払っていないことにご不満をおもちでしょう．教材というものが仮に教科書の一章を意味するのであれば，皆さんは失望することになります．それは，主要な問題ではないのです．ですが，教えるということは常に何か (something) を教えることだ，ということには私も同意します．何でも (anything)，ではなく，何かしかるべきものをです．教える価値のある何かをです．しかし，いったい何が教える価値のあるものなのでしょうか？

この講演においてフロイデンタールが述べた答えは,「教えるべきものであるためには,応用可能 (applicable) でなければならない．ある意味で，あるいは，何らかの意味で」であった．さらに広い文脈では，フロイデンタールの出した答えを標語的に言うならば 「応用可能であるために教えるべきは，数学化（mathematization）のプロセスである」ということになるだろう.

近年国際的に流行している PISA 型試験の背景にはフロイデンタールのこの " 思想 " があり，日本でも，現行の学習指導要領で高等学校の数学科に新たに設けられた「数学活用 [25]」という科目の底流に流れている.

さて，そもそも,「数学の教育」が行われる目的とは何だろう.

一般に,「教育の目的」は，理念型化すれば,「今まで出来なかったことが出来るようになること」と,「すでに身につけていることが整理されて理解できること」に，大きく分ける

---

[23]「教え学ぶ」のように「教える」と「学ぶ」を併記しているのは,「教える」と「学ぶ」いう二種類の行為のもつある種の非対称性のためである．この " 非対称性 " については，[5] を参照のこと.

[24]International Commission on Mathematical Instruction（数学教育世界会議）.

[25]この科目名の英語訳として，文部科学省は Application of Mathematics を当てている．なお，この科目の詳細については，次節で取り上げる.

ことができる[26]．前者の立場からすれば,「数学を教え学ぶ目的」は,「その教育を受けた個人が，学んだ数学を使用できるようにする」ことにあるといってもよいだろう[27]．

フロイデンタールのいう「学ぶべき数学は，応用可能 (applicable) なもの」も同趣旨のものと考えられるが,「応用（application）」という言葉は，科学や工学への「応用」といった意味に制限されがちであるので，本稿では,「数学の使用（usage of mathematics）」と呼ぶことにしたい．

本章では，この「学んでいる数学はどのように使用されるのか」という“ 観点 ”を設定し， 前章で説明を行った「理念型化（型式化）」という道具立てを用いて,「教え学ぶべき数学」について考えてみることにする．

最初に，議論の出発点として，先述の「数学活用」という科目を素材に取り上げてみることにしよう．

4.2 「数学活用」を素材として

平成 20 年 1 月の中央教育審議会答申で示された「算数・数学科の学習指導要領改善の基本方針」では,「子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要で」あり，そのために,「学習し身に付けたものを，日常生活や他教科等の学習，より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する」ことが述べられている．

この答申を受け，高等学校における「数学」の科目構成のなかに,「数学 I」,「数学 II」,「数学 III」,「数学 A」,「数学 B」に加えて，“（従前の）「数学基礎」の趣旨を生かし，その内容を更に発展させた科目 ”として,「数学活用」が新設されることになった[28]．

---

[26] 前章で提示した“ 型式 ”を用いれば,「習得型」と「理解型」と言っても良い．なお，数学の教育に限らず，教育一般について考えるときには，“ 純度 ”を高めて,「生成型 (generative type)」と「整序型 (ordinate type)」と呼ぶ型式を用いる．

[27]「文芸作品を鑑賞するように，数学の学問体系を知る」といった目的があったとしても,「鑑賞」という個人的行為に「使用」していることに違いはないだろう

[28]「数学活用」という科目の設置を，公教育における政策変更の一種とみよう．第 2.1 節で紹介したマックス・ヴェーバーの見解によれば，こうした“ 政策 ”に対して“ 学問的 ”に論じるべきことは,「目的」は所与として,（1）「手段」の適合性の評価,（2）「手段」の副次的効果の指摘,（3）「目的」の根底にある「理念」の明確化,（4）そうした「理念」の適合性の評価，であった．

前節を振り返りながら，ヴェーバーの考えを実現しようとするなら，実際に行うべき作業は，大きく二つに分けられる．第一は，理念型の領域を舞台としての作業である．具体的には,（3）に掲げられている「目的の根底にある理念」を明確化するため,「目的」の総体の型式化を行い，理念型なり純型を取り出すことになるだろうし,（4）の「理念の適合性の評価」は，この「目的」と関連するさまざまな領域を型式化した上で,（3）で取り出した理念型との適合性を評価するということになる．ヴェーバーのプログラムの実行作業の第二は,（3）（4）に対する上述の作業で評価した「目的の型式」や「手段の型式」の関係性を，対応する“ 現実（基層集合）の資源 ”としての「目的」や「手段」に還元する作業であり，これがヴェーバーの見解の（1）と（2）に対応することになる．

次節で見るように，この「数学活用」という新設科目では,「社会生活[29]における数理的な考察」についての充実した扱いが要請されている．つまり,「数学活用」は，社会のさまざまな領域において「数学がいかに使用されているか」を主題のひとつとする科目になっている．

そこで,「数学がどのように使用されているか」という観点から「数学の教育」を俯瞰するという本章の作業を,「数学活用」という科目の検討から始めることにする[30].

4.3 「数学活用」の目的の根底にある理念

「数学活用」という科目を新しく導入するには，しかるべき動機なり目的なりがあったはずである[31]．第 2.1 節で紹介したマックス・ヴェーバーの見解の（３）に挙げられているように，そうした「目的」の根底にある「理念」の明確化を図ってみる．

なお，以下における検討の資料として用いるのは，文部科学省編の『学習指導要領解説 数学編』（[10]）であり，便宜上，本稿で必要とする部分は付録に抜粋して，そこから引用する形をとることにする．

4.3.1 「数学活用」の目標

目的–手段の関係から見るとき,「数学活用」という科目は，大きく，次の二重の層からできている．まず，指導要領に定める「目標（付録 A.2)」という“目的”を達成するための“手段”として規定されている「学習内容（付録 A.3)」という層があり，次に，後者の「学習内容」という“目的”を達成するための（付録 A.4 に例示したような）具体的な「教材」という層である[32].

最初の“目的”である「目標」について，簡単に検討してみると，この目標が，次のような複数の目的群から複合されていることが，ただちに見て取れる（付録 A.2 参照）.

---

1. 数学と人間とのかかわりについての認識を深めること.
2. 数学の社会的有用性についての認識を深めること.
3. 事象を数理的に考察する能力を養うこと.

[29]「経済にかかわる話題なども取り上げる」べきであると，指導要領に明示されている．
[30]本章で与えるのは，この作業の概要である．詳細な議論は，別稿で扱う予定である．
[31]現実的な「動機」には，PISA 型試験への対応があるのかもしれない．
[32]より正確には,「数学活用」の目標の前に，高等学校の「数学科」の目標（付録 A.1）がある．

4. 数学を積極的に活用する態度を育てること．

以下，本節では，この目的群の 2 番目に含まれる「数学の社会的有用性」という言葉に — 「数学活用」という科目の特徴を顕著に表す鍵概念として — 焦点をあててみる．

4.3.2 「数学の社会的有効性」を担保する理念

さて,「数学活用」の目標として「数学の社会的有用性についての認識を深めること」が掲げられているからには，この科目の設定の前提として,「数学が社会的に有用である」という主張が正しいと認められていると考えても良いだろう．

それでは，この「数学が社会的に有用である」という“ひとつの数学観”の“根底”には，数学に対するどのような“理念”が横たわっているのだろうか．

『高等学校学習指導要領解説　数学編』に所載の「高等学校における数学教育の意義」から,「数学の社会的有用性」を支える“理念的主張”として，次の一節を見出すことができる（付録 A.5.1 の〔4]）．

> また，数学は科学の言葉と言われる．それは，自然科学の様々な分野で様々な事象が，数学的に表現し処理されて研究されることを表している．しかし，現在，数学は，自然科学のみならず，社会科学や人文科学でも積極的に活用されている．これは，数学が抽象的で体系的であることによる．抽象的であるがゆえにその前提を満たすあらゆる事柄にその結果を適用することができ，体系的であるがゆえにその前提が明確でそれを満たすか否かの判断がしやすいのである

こうした“数学というものの性格に対する理念”としては，第一に,「数学は体系的で抽象的である」ということが挙げられるだろう．そして，この“数学”のもつ性格から,「抽象的であるがゆえに，その前提を満たすあらゆる事柄にその結果を適用することができる」ということ，そして,「体系的であるがゆえに，その前提が明確でそれを満たすか否かの判断がしやすい」という二つの“原理”が導出される．結局のところ，この二つの原理が,「数学の社会的有効性」を担保しているという構図が見て取れる．

ところで,「数学の社会における有効性」の成立する原理をこのようなものと考えるのなら，ただちに,「前提を満たさない事柄には適用できないのか」であるとか,「前提をみたさない事柄に適用してある場合は，どのようにすれば良いのか」などの疑問が生じる．

こうした疑問については，次の「事象を数理的に考察する」ことについての説明（付録 A.5.2 の〔6]）が参考になる．

社会生活や職業生活などの場面で，数理的に考察し，判断したり説明したりするためには，まず事象を数学化する必要がある．それを，数学の手法によって処理して，結果を導き出す．そして，その結果を現実に照らして解釈する．ただし，この過程では，理想化したり単純化したりしたことによる制約があることにも注意し，有効性や適用可能な範囲について評価する必要がある．必要に応じて，よりよい判断や説明を求めて，この一連のサイクルを繰り返す．

つまり，社会的有効性を支える原理である「抽象的であるがゆえに，その前提を満たすあらゆる事柄にその結果を適用することができる」ことについては,「前提を満たすように，事象に対して，“ 理想化や単純化という操作 ” を加える」必要があることが示されている．そして，そのように “ 理想化や単純化という操作 ” を経て “ 体系的な数学 ” を適用可能な状態にすることを「事象を数学化する」と呼んでいる．結局，こうして “ 数学化 ” された事象に “ 数学的な手法 ” を適用することが,「事象の数理的な考察」ということになる．

もっとも，上述の見解では,「“ 事象を数学化 ” した結果，“ 有効性 ” が損なわれることがある」ことが述べられ，有効性を回復する方法として,「数学化の過程」からやり直すことが示されている．

こうして，数学の社会的有効性は，

$$\boxed{\text{事象} \Rightarrow \text{数学化} \Rightarrow \text{数学の手法の適用} \Rightarrow \text{有効性の評価} \Rightarrow \text{（再）数学化} \Rightarrow \cdots}$$

という “ サイクルの繰り返し ” によって担保されることになる．

ところで，この “ サイクルを繰り返す ” ことで “ 有効性 ” が向上するということは自明の前提とされているのか，事象によってはこの “ サイクル ” では有効性を得ることができないことが認められているのかについては，特に言及はない．しかし，ここは，言及がないことをもって,「有効性の向上」が前提されていると想定しておくことにする[33]．

4.3.3 「数学活用」の根底にある理念的主張

以上より,「数学活用」という科目の根底に見られる “ 理念的主張 ” は，次のようにまとめることができる．

[33] “ 現実 ” には例外的な状況についての留意が含意されているとしても，“ 理念型化 ” された世界では，その留意は無効化されることになる．

「数学活用」の根底にある理念的主張

1. 数学は，抽象的で体系的である．
2. 数学の社会的有用性は，上述の数学の性格から導かれる次の二つの原理に拠る．
   (a) 抽象的であるがゆえに，その前提を満たすあらゆる事柄にその結果を適用することができる．
   (b) 体系的であるがゆえに，その前提が明確でそれを満たすか否かの判断がしやすい．
3. その前提を満たすように，事象に対して“理想化や単純化という操作”を加えることを「事象の数学化」と呼ぶとき，

事象 ⇒ 数学化 ⇒ 数学の手法の適用 ⇒ 有効性の評価 ⇒ （再）数学化 ⇒ ···

   という過程（プロセス）を適用することで．数学の社会的有効性を逐次的に向上させることができる．

4.4 「数学の使用モード」の理念型化 — 一つの例として

4.4.1 数学の使用モード（Usage Mode of Mathematics）

本章の冒頭で述べた「どのように数学が使用されているか」という“観点”に戻ろう．

この「どのように数学が使用されているか」という問いに対する答え，つまり，様々な領域における「数学の使用のされかた」のことを，仮に「数学の使用モード（usage mode of mathematics）」と呼ぶことにする．

「数学の使用モード」を“観点”とするということは，つまりは，現実に存在する「数学の使用モード」は無限の多様性をもっており，それについて論じるためには，有限化（型式化）することが必要であることを含意している．

以下で，その“型式化”の作業を実行してみよう．

4.4.2 「数学活用」における数学の使用モード

まず，第 4.3.3 節で“明確化”した「数学活用」の根底にある“理念的主張”を,「数学の使用モード」の言葉で言い換えてみよう．

この“主張”には,「体系的で抽象的であり,（数学化）された他の領域で使用可能であるような数学の手法」の存在が仮定されており，次に,「数学化された他の領域で，その手法が使用すること」が含まれている．

つまり，ここには，次の二種類の「数学の使用モード」の存在が定式化されているとみなすことができる．

「数学活用」に含まれる二種類の数学使用モード

1. 抽象的に — つまり，他の領域の事柄に適用可能な“変項”から — 構成されており，かつ， 体系性に従っているような，数学の使用モード．
2. 上述の“変項”に（“活用”されている領域に含まれる）個別具体的な事柄を代入したもの — つまり“定項” — から構成されており，かつ，上述の体系性に従っているような，数学の使用モード．

次に，この“主張”を手掛かりに，数学使用モードの総体を理念型化し，純型を取り出すことを考えたい．

4.4.3 汎用型と特用型

上述の“主張”の二種類の使用モードが,（1）「“変項”から構成されている」使用モード，あるいは,「“定項”による」使用モード，と,（2）「体系性に従っている」使用モード，から複合されたモードであることは，すぐに見てとれる．

まず本項では,（1）の方に着目した型式化を行う．

さて,（1）の「変項から構成されている」モードは，いわば，他のさまざまな領域への適用に対する「汎用（generic）性」をもつモードであるのに対し,「定項」からなるモードは，それが使用されている領域に「特化（specify)」されたモードということになる．

こうした特徴を理念型化することで，次のような「数学の使用モードの純型系」を選び出すことができる．

「数学の使用モード (Usage Mode of Mathematics)」の純型系（その１）

$$\begin{cases} \text{汎用型（}generic\,type\text{）} \\ \text{特用型（}specific\,type\text{）} \end{cases}$$

4.4.4　自律型と他律型

次に,（２）の「体系性に従っている」使用モードに着目した型式化について考えてみる.

「体系性に従っているか否か」という観点で「数学の使用モード」の総体を分節化し，それぞれの型式を「体系型」と「非体系型」とすることは，もちろん可能であるが，ここでは採用しない[34]

そこで,“観点”の取り方を変えてみる.

「数学活用」の根底にある“「体系性」に関する理念的主張”は,「**それ自身**の原理や運用規則をもち，実際の使用状態の適合性を，そうした原理や規則に従っているか否かに基づいて評価する」というように捉え直すことができるだろう.

ここで，数学の使用モードが従う「原理や規則」といった「体系性」が,「それ自身」のものであるか否かを“観点”に取ることにする.

このとき，型式化して得られる純型系は，次のようになる.

「数学の使用モード (**Usage Mode of Mathematics**)」の二組の純型系（その２）

$$\begin{cases} \text{自律型 } (\textit{autonomous type}) \\ \text{他律型 } (\textit{heteronomous type}) \end{cases}$$

なお,「自と他」の区別であるが，あくまで“数学”の立場に立って,「自身」の体系性に従う使用モードを「自律的」であるといい,「他者（数学以外の領域）」の体系性に従うものを「他律的」であるということにする[35].

4.4.5　「数学の使用モード」の型式

上の二組の純型系を“座標系”として,「数学の使用モード」の総体を型式化すると，次のようになる.

---

[34]「非体系型」の有効性は,“体系性”をどのようなものと捉えるかによる．例えば，記号学の分野で，エリク・ビュイサンス (1910–2000) が用いた「systématique（体系的）」と「a-systématique（無体系的）」という分類基準については，[4] の付録を参照のこと.

[35] 自律型にしろ，他律型にしろ，それぞれの型をもつ“現実の対応物”は無限の多様性をもっており，精密な議論のためには，さまざまな部分型（subtypes）を考える必要がある．記号系のアナロジーで言えば,「自律型」にはもちろん自然言語があるが，そこには英語や日本語といった異なる“型”のものがいくらもあることになる．他方,「他律型」の方は，言語であるよりは，地図記号や気象記号，交通信号（道路標識）といった種類の非言語的記号系をイメージすると分かりやすいかもしれない.

使用モード	汎用型	特用型
自律型	自律汎用型	自律特用型
他律型	他律汎用型	他律特用型

表 2: 「数学の使用モード」の型式

4.5 社会的行為としての「数学の使用」

ここまで,「数学活用」という科目から素材をとって議論を展開してきたが，ここで「数学活用」の話題から離れることにしよう.

4.5.1 個別の事象の「型式」の決定

前節では,「自律型と他律型」,「汎用型と特用型」という二種類の“座標系”を設けることによって，無限の多様性をもつ「数学の使用モード」という“世界”を“分節化（articulate）”したことになっている．この“分節（articulation）”— つまり,「相関する“現実的（リアル）な事象の世界”と“理念的（イデアル）な型式の世界”」という枠組みを設定すること — は，しかし，あくまで複合的で重層的な現実の事象のある部分のある側面に着目したものになっている[36].

それでは，型式化によって「型式集合」の構成が実施され終わったとして，実際に現実の— 厳密な言い方では「基層集合に属する」 — 事象を採り上げたとき，その型式をどうやって決定するのか，という問題を考えてみよう.

次節では，この問題を,「数学の使用モード」の「汎用–特用」や「自律–他律」といった“型式”に対し，具体例を通じて検討してみよう.

---

[36]こうした“分節”の仕方（型式化）は，この着目する“観点”の取り方に依存し，何らかの基準での有効性をもって評価されるといった種類の恣意性をもっていた．この観点は，一般的には，価値観を反映するものない.（ヴェーバーの強調した価値自由 (Weltfreigheit) という考え方は，むしろ，価値観の反映を戒めている.）こうした事情については，以下のようなヴェーバーの文章が参考になるだろう；「われわれはこうした区分から出発し，ほかの出発点を選ばなかったが，このことが正しいか正しくないかは，結果から判断できるだけである．その場合さしあたり，あるほかの典型的な区分の標識があとまわしにされ，あとになってつけ加えられるかもしれないが，これは別に決定的な難点ではないであろう（[9, p.25]）」,「理念型が，一つとして歴史上まったく「純粋に」現れたためしがないということは，もちろん … できるだけ純粋なはっきりした形で概念規定をするさまたげとなるものであってはならない（[9, pp.31-32]）」,「歴史的現実の総体が，以下に展開される概念図式のうちに，ことごとく「網羅」されるなどと信じることは，ここでは可能でもなければ，考えようともしないことなのである（[9, p.32]）」.

4.5.2 「親族構造と婚姻規則の定式化」

レヴィ＝ストロースが，その著作『Les structures élémentaires de la parenté （親族の基本構造）』において，さまざまな民族の親族構造と婚姻規則の規定を試みたこと，そして，そうした規則に対して，ヴェイユが群論を用いた定式化を行ったことはよく知られている [37].

この一連の研究で用いられた「数学 [38] の使用モード」について，考えてみよう．

1. 汎用型と特用型について

   (a) レヴィ＝ストロースが,「父親」,「母親」,「兄弟」,「姉妹」,「妻」等々の“ 定項 ”を用いて思考の展開を行ったと思えば，その使用モードは「特用型」である．

   (b) 上述の「父親」,「母親」等が，レヴィ＝ストロースが使用する学問的言語 [39] において，“ 現実 ”の民族においてさまざまな固有の名称をもつ親族概念を“ 代入 ”するための“ 変項 ”とみなせば，その使用モードは「汎用型」である．

2. 自律型と他律型について

   (a) ヴェイユの仕事を，群論という — それ自体の目的や方法をもつ — “ 自律的 ”な「数学」を，文化人類学のある領域の事象を「(“ 理想化や単純化という操作 ”を加えて）数学化した事象」に対して使用しているとみなせば，使用モードは「自律型」である [40].

   (b) ヴェイユの仕事が， それ自体の目的や方法をもつ“ 自律的 ”な学問である文化人類学の，その学問固有の“ 規律（discipline）”に従う「婚姻規則の法則性」に単なる“ 数学的な表現 ”を与えたものであるとみなすなら，使用モードは「他律型」である．

---

[37] 数学から見て読みやすい文献に，数学者の書いた [6] がある．レヴィ＝ストロースとヴェイユ以降の進展も含め，詳しくはこの文献の参考文献を参照されたい．

[38] ヴェイユの仕事はともあれ，レヴィ＝ストロースの仕事が「数学」かということについては異論があるかもしれない．しかし，ヴェイユが集合と写像といった現代の数学者にとって“ 標準的な数学語 ”で表現しているところを，レヴィ＝ストロースは，要素を固有名詞で表示し，そうした要素を実際に矢印で結ぶダイアグラムを使用しており,“ 非標準的 ”ではあるが,「数学をしている」と見なすことができるだろう．もっとも，ここまでの議論では「数学とは何か」を明確にしてきたわけではないから，レヴィ＝ストロースの仕事が「数学」かという問いへの答えは，曖昧さを含んだものでしかない．

[39] 今の状況で，我々は，それを「数学」の一種とみているのだが，無理に「数学」と見なさなくても，種々の“ 学問的言語 ”の「使用モード」に対して,「汎用型–特用型」,「自律型–他律型」といった型式化を考えることは難しいことではない．

[40] より詳しく,「自律特用型」である．

“現実の事象”は常に複合的で重層的であることを承知した上での推測にはなるが，ヴェイユの実際の作業は,「自律型」のモードであったことは確からしく思える．しかし，この「自律性と他律性」の問題は,「数理社会学」 — 例えば，今の文脈では — のような，数理を冠する学問領域の位置づけと深く関係することになる．

数理何々学という学問が，自律性をもった学問分野であれば，そこで使用されている「数学」は「他律型」ということになるだろうし，何々という学問領域に属する要素を“定項”として自律的な学問である「数学」を行っているのだとすれば — 「数学」という視点から見て — 「自律型」ということになる[41]．

4.5.3 社会的行為としての数学使用

前節で観察したことからは自然に，次のような疑問が生じる．実際に「数学の使用」が実行されている状況において，その「使用の型式」を決定する際に，

1. 「使用者」が“認識”や“了解”をしていることで型式が決定されるのか？
2. 「数理社会学者」といった不特定の人物の使用のモードと,「数理社会学」といった学問分野における使用のモードは同じなのか，違うのか[42]？
3. そうして決定された「型式」の“客観的（学問的）”な妥当性はどのように担保されるのか？

ところで，マックス・ヴェーバーは,「社会学」の構築のための基礎作業として，人間の「社会的行為」の“学問的”な措定を試みた際に，その行為が含意する“意味”について,「行為者の主観としてのものか」,「共有されたものとしてはどうなのか」,「客観的な妥当性はどうなのか」といった疑問なり課題に逢着したが，我々が上でとり出した課題群は，このヴェーバーの課題と一致していると考えることができる[43]．

[41] 大学の理工系学部の学生に対する基礎教育で，例えば,「数学者の教える数学は工学に役に立たない」などの主張が工学者からなされることがあるが，これについては,「数学者の教える“数学”と工学者の使用する“数学”の“型式”が異なることからくる」というような議論の枠組みの設定も可能である．こうした見解は“現実の世界における主張”であるから，本稿で提示した型式化の有効性を測るひとつの試料と考えることもできる．

なお，フェリックス・クラインがエアランゲン大学の就任講演で説いた「二種類の応用数学」もこの文脈で解釈することができる（[1]）．特に，同講演のなかで，クラインが提示している「応用数学から純粋数学」という時間発展の図式は，本稿の文脈では,「自律特有型から自律汎用型への時間発展」と読み替えることができるだろう．共時的構造の時間発展も重要であるが，複雑に絡み合っている問題であり，本稿で扱っている「型式化」は，あくまで，共時的な構造に限定したものであることを注意しておきたい．

[42] 使用者という「個的（individual)」な立場に対して，数理社会学者の共同体という「共有的（communal)」な立場を設定するということ．

[43] ヴェーバーの解答の一端に触れるため，社会的行為の根底にある「意味（Sinn)」の定義に関する部分を引用しておこう（[8, p.7]）;「「意味」とはここでは，a) 事実的に，(α) 歴史的に与えられた一つの場合に一人

このことは,「数学の使用」を 「社会的行為」の一種と見なすことの有効性を示している．実際，そのようにすることで,「数学の使用」を，社会的行為の典型のひとつである「言語の使用」と共通の枠組みのなかに位置づけることが可能となり,「数学」や「数学の教育」について，より広汎にわたる見通しをもって論じることができるようになる．

4.5.4 「正当性」から見る数学使用モードの三純型

「数学の使用」を社会的行為とみること[44]の利点のひとつとして，本節では，ヴェーバー社会学から一組の概念（純型）を借用し,「数学の使用モード」の領域の新たな[45]型式化を与えることを考える．

さまざまな現実的な状況のなかで「何らかの数学を使用する」にあたって，使用者は，そうした使用を選択することが「正当」であることを前提としていると想定することができるだろう．ヴェーバーには，社会的行為の，特に「支配」の，背景にあるこうした「正当性 (Legitimität)」を,「合理的，伝統的，カリスマ的」の三種に区分した．

今，ヴェーバーに倣って,「行為の正当性」という“ 観点 ”から「数学の使用モード」を型式化すると，次の三つの純型を得ることができる[46].

1. 合理型

   合理的 (rational) な性格をもつ．つまり，体系的に成文化された秩序にもとづくもの[47].

の行為者によって，または (β) 平均的かつ近似的に，与えられた多くの場合に諸行為者によって，主観的に思念された意味であるか，あるいは，b) 概念的に構成された純粋型（reiner Typus）において，類型（Typus）として考えられた行為者または諸行為によって思念された意味のことである．それは，何か客観的に「正しい」，または形而上学的に基礎づけられた「真の」意味といったようなものではない．ここに行為に関する経験諸科学，すなわち社会科学および歴史学があらゆる規範的諸科学，すなわち，その対象において「正しい」,「妥当な」意味を追求しようとする法学，論理学，美学に対する区別が存する.」ここで，引用文中の「純粋型」は，本稿の用語では,「純型」，そして,「類型」は「型式」である．また，この引用の後半部分の主張を我々の文脈に当てはめるなら,「数学」ではなく,「数学の使用」を対象とする「数学の教育」に対するものと考える必要があるだろう．

[44]前項でまとめた「型式適用の相対性」について課題群を，ヴェーバーによって展開された理解社会学の枠組みを援用して考察するという作業は，紙数の都合上，別稿に譲ることにする．

[45]第 4.4 節で提示したものとは異なる“ 観点 ”を用いるということ．

[46]ヴェーバーの言葉遣いから脱していないのは承知している．特に，キリスト教的な匂いの強い「神聖」に代わる適切な概念を提示すべきであると考えているが,「神が死んだ」現代社会でそれに相当する権威をどう表現すべきかが難しく，それが提案できるまでは敢えて拙速な変成をしないことにした．

[47]ヴェーバーにあっては,「合理」ではなく,「合法」とされることも多い，そこでは，例えば,「成文化された秩序の合法性，およびこの秩序によって支配をおよぼす権限をあたえられた者の命令権の合法性にたいする信念にもとづく」と説明される．数学の文脈では，こうしたローマ法的な体系的成文法の背後に，エウクレイデスの原論を見ることができるだろう．なお，ヴェーバーにとって,「合理性（Rationalität）」の根底にあるイメージが「計算可能性（Berechenbarkeit）」であることについては，[5] の第 4.4 節を参照のこと．

2. 伝統型

   伝統的な性格をもつ．つまり，古くよりおこなわれてきた伝統の神聖や，それによって権威をあたえられた者の正当性にたいする日常的信念にもとづくもの[48].

3. カリスマ型

   カリスマ的な性格をもつ．つまり，ある人物および彼によって啓示されるか制定された秩序のもつ，神聖さとか超人的な力とかあるいは模範的資質への非日常的な帰依にもとづくもの[49]．

4.6 「数学の教育」の課題

「数学の教育」の話題にもどって本章を終えることにしよう．

4.6.1 意思決定の手段としての「数学使用」

第 1.1 節で,「教育目的，数学の領域，教授方法等の組合せ（マッチング）問題の，与えられた時間数やそのほかの拘束条件の下での，何がしかの意味における適合的な解」を求める営みを「数学の教育の設計」と呼び，数学の教育について考える際の重要な要素であることを指摘した．この「数学の教育の設計」は,「人間の意思決定」の問題の特別な場合と思うことができる．

「意思決定」とは,「主体（個々の人間）が，様々な拘束条件の下で，複数の選択肢のうちから，目的に適合したものを選び出す」行為であるとしておこう.「数学の使用[50]」が関係するのは,「目的」という基準から“ 評価 ”することが可能なように,「拘束条件」や「選択肢」,「条件」と「選択肢」の個々の組合せ（マッチング）を，場合によっては「目的」をも，“ 数学化 ”する過程（プロセス）においてであろう．

そして，この「意思決定の手段」として数学を使用する際に重要なのは,「使用モード」の目的への適合性である[51]．この“ 適合性 ”を評価するためには，本稿の前半で論じた,「目的」や「使用モード」の“ 型式化 ”が有効になる[52].

---

[48]学校や職場で習ったことを，習った通りに使用している場合などが考えられる．

[49]個的には，敬慕する先輩に教えられた方法の使用であるとか，共有的には，ニュートンの権威に拠った「流率法」などが想定される．なお，この型式をもつ事象は，通時的には，合理型か伝統型へと変化していくことになる．

[50]一般的には,「言語の使用」と併用されることになる．

[51]実際の「数学の使用」の状況では，一般には，モードを切り替えながら使用することになる．例えば，数学研究者の場合，具体的な課題に取り組んでいるときは「伝統型モード」で，論文執筆時は「合理型モード」を使用するといったふうが，研究のスタイルとしては「伝統型」といっても良いかもしれない．

[52]「数学の使用モード」の型式化といっても，もちろん，本章で扱ったような Toy Model ではなく，もっと精緻なものが必要である．

4.6.2　「教育システム」と「使用モード」の適合性

本章の初めに,「数学の教育」における最も基本的な問いとは 「どのような数学を，どのように教え学ぶか」であると述べ，それから,「どのような数学」という部分について，そうした「数学」の多様性を,「使用モード」という観点から型式化することを試みてきた．

本項では,「どのように学び教えるか」という部分を「教育の制度(システム)」という観点から型式化し，最初の問いに対する適合性の評価について，簡単に触れておきたい[53].

天下り的だが[54]，教育のシステムを,「徒弟型」と「学校型」に分けることにしよう[55]. 乱暴かも知れないが，とりあえずの概念規定をしておこう.「徒弟型」は,「人間同士（師と弟子）の直接的な接触を伴う」教育のシステムであり,「学校型」は,「職業や生活に対する直接的な必要性を離れ，制定規則に則って実施される」教育システムであるとしよう.

この「徒弟型」と「学校型」という「教育システム」の型式と，本章で提示した「使用モード」の型式との適合性については，次のようにまとめることができるだろう.

1. 「正当性にもとづく三純型」との適合性
   - (a) 「徒弟型」は,「師」のもつ権威が伝統によるものなら「伝統型」と適合的であり，カリスマ性によるものなら「カリスマ型」と適合的であり，そうでないなら適合的ではないと考えることができる.
   - (b) 「学校型」は，体系化された教育課程を規定する制定規則による教育システムなのだから,「合理型」との適合性が高くなる（はずである）.
2. 「自律型-他律型」との適合性 [56]
   - (a) 「他律型」の使用モードの「数学」は，それを使用する領域のもつ“規律”の習得が必要だから,“使用現場”を離れる「学校型」は適合的ではなく,「徒弟型」と適合的である.
   - (b) 「自律型」については，上述の理由を逆方向から見れば,「学校型」と適合性が高いことになる.

---

[53] ここで扱う「教育システム」の型式化は,「使用モード」のそれと同様，Toy Model である.

[54] そもそも「型式化」は恣意的なものであった，

[55] この言い方でわかるように，これは，むしろ，類型化である．つまり，概念として理念型まで鍛え上げられていない言葉だが，ここでは，わかりやすさを優先して，採用することにした.

[56] 紋切り型の適合性になっているが，議論の枠組みの例示として容赦していただこう．紋切り型でなくしようとすれば，それぞれの型の部分型をうまく作って組み合わせにも工夫が必要となる.

実際の「数学の教育の設計」においては，適合性の高い組合せ（マッチング）の実現を目指すのが第一であり，現実の様々な事情で適合性の高い組合せ（マッチング）を実現できないときは，その欠如を補う工夫が必要となることは，第 3.5 節で述べたことと同様である，

5 教育数学の共時的および通時的構造

最後に，ここまでに説明した事柄は，「教育数学」という営みの，一部であるというか，少なくともある側面にすぎないことは言っておきたい．

それでは，「教育数学」の全体像は，どのようなものであると言えばよいのだろうか．これに答えることには，「数学」の全体像を描写することと同じような困難があり，少なくとも，ある時点での構造（ソシュールの用語でいう「共時的構造」）と，時間発展の相で捉える構造（同じく「通時的構造」）を区別して考えなければならない．そうでないと，議論が混乱するばかりである．

ちなみに，「教育数学」の全体像をどう捉えるかという問いに，現時点で，確定した答が用意出来ているわけではないが，そのおおまかなイメージを，共時的と通時的に分けて提示すれば，以下のようになる．

まず，共時的には，教育数学は次のように図式化できる．

教育数学の共時的構造

$$\text{教育数学}\begin{cases}\text{営みとしての教育数学}\\[2ex] \text{学としての教育数学}\begin{cases}\text{実践学としての教育数学}\\ \text{理論学としての教育数学}\\ \text{基礎学としての教育数学}\end{cases}\end{cases}$$

簡単に説明を加えておくと，第一に，教育数学は，「教育に関わりのある，もしくは教育や文化からの視点で見た数学的活動の総体」の意味で用いられる．そして，このように見た教育数学を，「営みとしての教育数学」と仮称している．

第二に，「学としての教育数学」がある．ここで，「学」というのは，「教えたり学んだりできる営み」の総称であり，「学としての教育数学」は，「営みとしての教育数学」を，“ 教えたり学んだり ” するために秩序づけようとする「営み」の総称である．

この「学としての教育数学」は，さらに,「実践学としての教育数学」と「理論学としての教育数学」，そして「基礎学としての教育数学」に分けられる[57].「実践学としての教育数学」とは，秩序づけの基盤として,「現実においてより有効性の高い枠組みの ad hoc な構築」を目指すものであり，また,「理論学としての教育数学」は,「原理の導出 (帰納) と，原理からの説明 (演繹) に基づく枠組みの構築」を志向する営みである．なお,「基礎学としての教育数学」とは，先の二つの「教育数学」の展開の基礎づけや方向づけのための予備的もしくは補助的な議論をおこなう場であり[58]，本稿だけでなくこれまで発表してきたものはすべて「教育数学」を確立するための構想とその構想を実現するための予備的な考察であった．もしも望むべき形で「教育数学」が構築された暁には，基礎学としての教育数学はもはや吸収されて残っていないかもしれないし，逆に，教育の対象としての「教育数学」を考えれば,「基礎学としての教育数学」だけが残されることになるかもしれない．

教育数学の通時的構造については，この共時的構造を前提とすれば，大略，次のように述べることができる．この構造は,「営みとしての教育数学」が素材となって「実践学としての教育数学」を育み，その結果を説明するための「理論学としての教育数学」を生むといった“ 往相 ”と,「学としての教育数学」の提示する枠組みが「営みとしての教育数学」を豊かにしていく“ 還相 ”の二方向からなっている．

このことについては,「数学」自体の，単なる数学史を超えた，数学の通時的構造の理解とともに深めていく必要があるだろう．

[57]「学」に位置づけられる「営み」は，ある意味で,「営みとしての教育数学」の一部であると考えることができる．より正確には,「学」と「実践学」や「理論学」,「基礎学」は,「営みとしての教育数学」を基礎集合とする型式（理念型）と部分型式と考えた方が良いかもしれない．

[58]「基礎学としての教育数学」は,“ 数学の多様性 ”をどう捉えるかという問いが前提となっている．例えば，本稿で紹介した“ 型式化 ”の文脈では，その答えは，比喩的に,「型式番号つきのカタログの作成」ということになるかもしれない．しかし，第 4 章を振り返ればわかるように，実は，この種の議論では,「数学とは何であるか」が自明な前提とされている．この「数学とは何か」について問うことは,“ 数学の多様性 ”ではなく，むしろ“ 数学の普遍性 ”の把握に関する問題になるだろう．いずれにしろ，この二つの問い — 数学の多様性と普遍性 — に答えることは,「学としての教育数学」が成立する前提であり，その役割は,「基礎学としての教育数学」が担うべきことになる．

参考文献

[1] 蟹江幸博，佐波学 『エアランゲン就任講演にみるクラインの数学観について – 試論 – 』 三重大学教育学部紀要， 第 60 巻， 教育科学 (2009), 219-236.

[2] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学序説 – 古代における教育と数学の類型 – 』 三重大学教育学部紀要， 第 61 巻， 教育科学, (2010), 187 - 218.

[3] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の方法論的基礎（I)』 三重大学教育学部紀要， 第 62 巻，教育科学, (2011), 115 - 134.

[4] 蟹江幸博，佐波学 『言語学から教育数学を構想する』， 数理解析研究所講究録 1867 巻（RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力とその育成法に関する研究』報告集）, 4 - 80.

[5] 蟹江幸博，佐波学 『数学の教育の個人的側面と社会的側面 — 教育数学の構築に向けて』， 数理解析研究所講究録 1920 巻（RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力の育成法に関する研究』報告集）, 4 - 76.

[6] 河野敬雄 『親族の代数構造 — レヴィ＝ストロースが残したもの — 』 人間環境学研究，第 6 巻，広島修道大学,（2008），115 - 153.

[7] Weber, M. : *Die "Objektivität" sozialwissenschaftlicher und sozialpolitischer Erkenntnis*, in *Gesammelte Aufsätze zur Wissenschaftslehre*, 7. Auflage, Tübingen (1988) SS. 146 – 214. （日本語訳）『社会科学と社会政策にかかわる認識の「客観性」』（富永祐治 立野保男 訳，折原浩 補訳） 岩波書店 (1998）.

[8] マックス・ウェーバー 『社会学の基礎概念』（阿閉吉男 内藤莞爾 訳） 恒星社厚生閣 (1987）.

[9] マックス・ウェーバー 『権力と支配』（濱嶋 朗 訳） 講談社学術文庫 (2012）.

[10] 『高等学校学習指導要領解説 数学編』 文部科学省 (2009).

付　録

A　「数学活用」関係資料抜粋

この付録は，本文での議論のために引用する目的のために，2009 年に公表された『学習指導要領』の解説 [10] から抜粋したものである．

A.1　「数学科」の目標

高等学校の「数学科」という教科の「目標」は,『学習指導要領』によれば，次のように定められている（[10, p.16]）．

数学的活動を通して，数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め，事象を数学的に考察し表現する能力を高め，創造性の基礎を培うとともに，数学のよさを認識し，それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる．

A.2　「数学活用」の目標

「数学活用」という科目の「目標」は,『学習指導要領』によれば，次のように定められている（[10, p.59]）．

数学と人間とのかかわりや数学の社会的有用性についての認識を深めるとともに，事象を数理的に考察する能力を養い，数学を積極的に活用する態度を育てる．

A.3 「数学活用」の学習内容

先の目標を達成するために，この科目の学習内容は,「(1) 数学と人間の活動」と「(2) 社会生活における数理的な考察」の二つに分けられ，次のように構成される（[10, p.59, p.62]）.

---

(1) 数学と人間の活動

数学が人間の活動にかかわってつくられ発展してきたことやその方法を理解するとともに，数学と文化とのかかわりについての認識を深める.

ア　数や図形と人間の活動

数量や図形に関する概念などと人間の活動や文化とのかかわりについて理解すること.

イ　遊びの中の数学

数理的なゲームやパズルなどを通して論理的に考えることのよさを認識し，数学と文化とのかかわりについて理解すること.

(2) 社会生活における数理的な考察

社会生活において数学が活用されている場面や身近な事象を数理的に考察するとともに，それらの活動を通して数学の社会的有用性についての認識を深める.

ア　社会生活と数学

社会生活などの場面で，事象を数学化し考察すること.

イ　数学的な表現の工夫

図，表，行列及び離散グラフなどを用いて，事象を数学的に表現し考察すること.

ウ　データの分析

目的に応じてデータを収集し，表計算用のソフトウェアなどを用いて処理しデータ間の傾向をとらえ予測や判断をすること.

A.4 教材の例示

『数学活用』の 学習内容の（２）のアの「社会生活と数学」に関係するものとして,『学習指導要領解説』（[10]）で例示されているものを，二つ採りあげる.

1. 自転車の速度の出し過ぎが原因となる交通事故の話題を取り上げ，自転車の速度と制動距離や停止距離の関係について探究させることが考えられる．自転車の制動距離は速度の２乗に比例し，その比例定数は路面の状況，ブレーキの性能や握力によって異なる．また，比例定数は，速度メータやビデオカメラ等を利用して測定し求めさせることもできる．そこで，このようにして求めた比例定数を基に，速度を出し過ぎることの危険性について判断するとともに，そのことを数学的な表現を用いて他者に伝える活動を行う.（[10, pp.62 – 63]）

2. 経済にかかわる話題として，ローンの支払い等にかかわる話題を扱うことが考えられる．例えば，ある金額を年利６％で借りた場合と年利 10 ％で借りた場合について，返済回数を同じにしたときの月々の返済額の違いや月当たりの返済額を同じにしたときの返済総額等の違いを，コンピュータなどを用いて求め，比較させる．さらに，その結果をもとに，ローンを利用する際に注意すべきことなどについて考察させる活動を行うことも考えられる．

   このほかに，省エネルギーや節約，騒音の大きさ，薬の投薬量とその成分の血中濃度，スポーツ競技の採点，為替レート，雇用形態と賃金，社会で用いられているさまざまな指標や指数などにかかわる話題を扱うことが考えられる．

   いずれの話題を扱う場合も，指導に当たっては，生徒の判断とその根拠を的確に伝え合い，それらを質的に高めるようにすることが大切である.（[10, p.63]）

A.5　背景の数学観

上述のような目標や内容，教材を選択するにあたって，その背景にある“ 理念 ”について検討する材料として,『高等学校学習指導要領解説　数学編』から，２種類の文章を，資料として抜粋しておく．なお，段落分けと，その番号は，本文において引用する際の便宜のために，本稿の筆者が付したものである．

A.5.1　高等学校における数学教育の意義

次は,『高等学校学習指導要領解説　数学編』の第１章 第１節 ３（１）「高等学校における数学教育の意義」の抜粋である（[10, pp.4 – 5]）.

〔1〕 国際化や情報化が進展し，また科学技術の発展が著しい今日，これらの社会の変化に対応して，自ら学び自ら考える力などの「生きる力」を育成することは引き続き重要である．数学教育においても，小学校，中学校及び高等学校を通じて，心身の発達に応じ，社会生活を営む上で必要な一般的な教養としての数学的資質・能力などを育て，将来，どのような進路に進んでも必要に応じ積極的に数学にかかわる態度を身に付けさせることは重要である．

〔2〕 高等学校における数学教育においては，数学的な知識や技能の「量」だけでなく，いかにしてそれらを身に付けたのかなど学習の「質」を問う必要がある。それは，様々な場面で身に付けた知識や技能を活用しようとするとき，それらを身に付けたときの学習の「質」が影響するからである．高等学校における数学の学習を通して，数学的な見方や考え方のよさなどの数学のよさを認識させ，将来の学習や生活に数学を積極的に活用できるようにするとともに，知的好奇心，豊かな感性，健全な批判力，直観力，洞察力，論理的な思考力，想像力，根気強く考え続ける力などの創造性の基礎を養うことや，論拠に基づき自分で判断する力を育成することなどが特に大切である．

〔3〕 数学は人間の思惟により創り出されるものであり，数学的な事実に関しては誰もが対等な立場で議論をすることができる．そのような議論により，客観的・論理的に物事を説明する力は育成される．このような力は，他教科などの学習でも社会生活でも大いに役立ち，国際化や情報化が進展する今日のような時代においてとりわけ重要な能力であるといえる．

〔4〕 また，数学は科学の言葉と言われる．それは，自然科学の様々な分野で様々な事象が，数学的に表現し処理されて研究されることを表している．しかし，現在，数学は，自然科学のみならず，社会科学や人文科学でも積極的に活用されている．これは，数学が抽象的で体系的であることによる．抽象的であるがゆえにその前提を満たすあらゆる事柄にその結果を適用することができ，体系的であるがゆえにその前提が明確でそれを満たすか否かの判断がしやすいのである．このような特長により，数学は生活の中で重要な役割を果たしており，それゆえ高等学校で数学を学ぶことは社会をよりよく生きる知恵を得ることにつながるのである．例えば，法律の解釈では数学で用いられる論理的な表現を身に付けておくことが必要である。また，預貯金やローンなどの仕組みは，等比数列や指数関数についての知識等がなければ理解しにくい．さらに，保険や金融の仕組みを理解したり，危険性の評価などを的確に行うことができるようになるためには，確率や統計についての数学的な考え方や知識等が必要にな

る．高等学校で数学を学ぶことにより，義務教育段階で学習する知識や技能を日常生活や社会生活で一層活用できるようになることは言うまでもない．

〔5〕 さらに，文化に数学が果たしている役割も重要である．例えばゲームやパズルで数学的な考え方が使われるものは少なくないが，そのようなゲームやパズルの構造や戦法などを考えることによって，数学的な思考を楽しみ，知的なよろこびを得ることができる。世界の異なった地域で同じようなゲームやパズルが考案されていることから，このような楽しみやよろこびは人間の本性に根差したものと考えることもできる．

〔6〕 ところで，高度情報通信社会の進展する現代では多くの問題が数学的に整理されコンピュータの活用によって解決されており，数学の果たしている役割は極めて大きい．そのため，数学教育でコンピュータなどを積極的に活用することも重要である．これまで，学校数学の問題は解答の便宜のため簡単な数で解答できるように工夫されたものが多かった[59]．しかし，コンピュータなどが活用できるようになった現在では，高等学校数学においてもより現実の世界を反映した問題を扱い，生活との関連を重視した学習が可能となってきている．そのような学習は，数学の学習に対する関心や意欲が高くない生徒に数学を学習する意義を認識させることにもつながると考えられる．

〔7〕 高等学校数学科では，数学の学習を単に内容の習得にとどめるのではなく，数学的活動を重視し，すべての高校生の人間形成に資する数学教育を意図している．

A.5.2 事象の数理的な考察

以下は,『高等学校学習指導要領解説　数学編』の第 2 章 第 6 節 3 （2）「 社会生活における数理的な考察」の項に掲載されている,「事象の数理的な考察」についての解説文を抜粋したものである（[10, p.62]）.

---

〔1〕 事象の数理的な考察には，主に二つの場合がある．

〔2〕 一つは，社会生活などにおける事象を数学化し，数学の手法によって処理し，その結果を現実に照らして解釈するという一連のサイクルのことである．

[59]解答の便宜のためというより，数学の自律性を担保するためと考えるべきだろう．

〔3〕なお,「事象の数学化」とは，事象を，数，量，図形などの数学的な側面に着目し，その特徴や関係を的確にとらえて，理想化したり単純化したりして，数学の対象に変えることである．

〔４〕 またもう一つは，数学の世界における事象を簡潔な処理しやすい形に表現し適切な方法を選んで能率的に処理したり，その結果を発展的に考えたりすることである．

〔5〕　ここでは，前者の活動を中心にしながら，必要に応じて後者の活動も取り入れて，数学の社会的有用性についての認識を深めさせる．このような活動は，従来から導入や応用等で取り入れられてきたものであるが，この科目では，このような活動を通して上記の数理的な考察の方法そのものに焦点を当てるところに違いがある．なお，この活動については，理論的な厳密性を追求するよりも，コンピュータやグラフ表示などができる電卓，情報通信ネットワークなどを積極的に利用し，生徒の実態に応じた柔軟な指導を行うようにする．

そして，次は，この文章に続く,「ア 社会生活と数学」の冒頭部の抜粋である（[10, pp.62–63]）[60]．

---

〔6〕 社会生活や職業生活などの場面で，数理的に考察し，判断したり説明したりするためには，まず事象を数学化する必要がある．それを，数学の手法によって処理して，結果を導き出す．そして，その結果を現実に照らして解釈する．ただし，この過程では，理想化したり単純化したりしたことによる制約があることにも注意し，有効性や適用可能な範囲について評価する必要がある．必要に応じて，よりよい判断や説明を求めて，この一連のサイクルを繰り返す．

---

[60] この文章を受けて，本付録の A.3 に掲載した「教材の例」が提示されることになる．