教育数学の方法を求めて

—「型式」と「枠式」—

蟹江幸博 *

1　はじめに — 教育数学における方法論の必要性

教育数学ということを言い出してから，ずいぶんと時間が過ぎてしまった．教育数学というものについていろいろと考えてきたのだが，この時点で提示しておかねばならないのはまずは「方法」だろうと思っている．本節では，まず，そういう想いに至った流れを，簡単に振り返っておきたい．

1.1　実践としての教育と経験

数学の教育というのは，結局のところ，教授者が数学を教えること，あるいは，学習者が数学を学ぶことである．つまり，現場での実践を考えねばならない．

現場での実践ということになれば，生硬な理論を振り回すより，優れた実践家の経験の方が，個々の場面では役に立つ．そうではあるが，経験だけに頼り過ぎると，思いがけない失敗をすることも，また，よくあることである．経験が重要であるとはいっても，理論的なものもまた必要であるだろう．

アリストテレスが言う通り，経験は「個別」的な事柄に関するもので，似たような状況で適用するには十分かもしれない．しかし，そもそも，今置かれている状況と経験した状況が近いかどうかを測るには,「個別」と「個別」を比較対照する舞台としての「一般」的な視座や視点が必要になるし,「一般」を扱うのが理論というものだからである [1].

1.2　経験を組織化すること

個別の経験を組織化するということは，比喩的に述べるならば,「経験」を入れる大きな容器を用意して，個々の「経験」を種類ごとに収められるよう仕切り枠を設け，さらに，そうした仕分け構造が見やすいよう，うまくラベルを貼ることを意味する．容器の仕分け構

---

*三重大学名誉教授

[1]『形而上学』の冒頭部で，アリストテレスは次のように述べている.「実際に行為するのには，経験〔エンペイリア〕は技術〔テクネー〕にくらべてなんの遜色もないようにみえる．のみならず，むしろ経験家の方が，経験を有しないで概念的に原則だけを心得ている者よりも，遥かにうまく当てる．その理由は，経験は個別の事柄〔カト・ヘカストン〕についての知識であり，技術は一般〔カトロウ〕についてのものであるが，実践〔プラクシス〕…はすべてまさに個別の事柄に関することだからである.」([1, p.22] 参照.)

造を反映した「ラベルの集まり」が，つまりは，経験のカタログということになる．そして，こうしたカタログがあれば，目的に応じて，参照すべき「経験」を捜すことに役立つだろう．

数学の教育の場合，筆者の念頭にあるラベルのイメージとして，例えばだが，教えるべき数学が，実務に役立つもの（「有効型」），公理などから適正な推論で得られた結論のように結果の正当性を保証するもの（「正当型」），あるいは，ドリル的な練習を繰り返して“身体で覚える”タイプのもの（「習得型」），要素的なものが継起してゆく過程をひとつひとつ納得していくタイプのもの（「理解型」），等々がある．もちろん，いずれも，非常に大きな“容器”のラベルであって，それぞれがさらに細分されていくことになる．

なお，こうしたカタログの使用法としては，例えば，具体的な数学の授業において，テーマやクラスの状況に適合するように，まず，どういう型の数学を教えるのかを定め（いわゆるコンセプト・デザイン），次に，それぞれの型をもつ具体的な教材なり教授法なりを選択するということになるだろう．

それでは，どうやってそうしたカタログを作れば良いのだろうか．

1.3 「共同体上の数学」の類型化

前項で述べた“カタログ”を作成するためのアイデアは，歴史上に現れた様々な“数学”を，同種のものからなるクラス（同値類）に分け，各々のクラスにラベル（類型）をつけること，つまり，数学を“類型化”するというものだった．

もう少し正確にいうと，教育という観点から「経験としての数学」を考えるということは，数学的な内容だけではなく，それを実践している構成員が形成する共同体がどのような性格をもち，その共同体や構成員にとって，数学は何のためのものであり，どのように使用し，どうやって保持し，あるいは発展させているか，といったことを併せて捉える必要がある．こうしたことを考え併せた数学を，端的に,「共同体上の数学」ということにすると，我々の戦略は,「共同体上の数学の類型化」ということになる．

以上のような意図の下に，文化人類学の対象となるような素朴社会の数学をはじめ，文献による記録が遺っている，古バビロニアや古代中国，古代ギリシアなどの，各種共同体の数学についての検討をおこなってみたことがある[2]．

[2] その成果の一部については，以前の [2]，[4]，[5] で述べてある．もちろん，これで十分だというわけではない．というのも，数学発展の歴史的な流れには，しばしば，そのありかたが局所的に相的な変異を起こしているような，特徴的な事象が見られることがある．それを「数学発展の特異領域」と呼ぶことにして，着目すべきだと考えるのは，共同体の類型化の単なる素材というだけでなく，共同体の質的変化も，教育の在り方の変化も伴うからでもある．([7] の第 2 章を参照されたい．)

1.4 類型化の試みの失敗から

素材である様々な「共同体上の数学」を集めたとして，そうすることで類型化が実行できたのか（またできるのか）を振り返ってみたとき，ある種の原理的な困難にぶつかったのである．

類型とは，しかるべき特徴群を共通に備えている要素からなる集合のはずだが，実際の作業としては，まず，何らかの観点から似ていそうな要素を集め，その上で特徴をシンボル化（言語化）してみる．さらに，そのシンボルのもとに，はみ出す要素，新たに加える要素を捉えまとめ直して...といった操作を繰り返しながら，調整を繰り返していくことになる[3]．

しかし，それを実際に実行してみようとすると，これがなかなかうまくいかない．そして，その困難さの原因として，類型化というアイデアのもとにある「しかるべき特徴を共有する」という関係が同値関係であるという想定が，実際には成り立っていないことがわかってきた．このあたりの事情は，実は，言葉を使用する事象には普遍的な問題であって，「しかるべき特徴を共有する」ことは，同値関係ではなく，ヴィトゲンシュタイン的な意味での「家族的類似関係」として捉えるべきだということにある[4]．

1.5 実践のための「方法」を求めて

結局，こうした問題を解決するには,「言語」というものと真正面から向かい合うしかないだろうと思うようになったのだが，そこに見える世界は，思っていた以上に広大で深淵であり[5]，こうした問題を根本から解決するには避けて通れない“原理”ではあるものの，実践として数学の教育に使用するには，あまりに煩瑣で，現実的には直接的には利用できないものであることもわかってきた．

そこで,「言語の一般理論」そのものではなく，近似的なものであって良いから，実践に役立つ「方法」を工夫することを試みることになる[6]．

本稿で扱うのは，この「方法」の探求の現状についてである．もちろん，検討中の課題であり，あくまで現況であることをご承知いただきたい．

---

[3]ひとことで述べれば,「概念化」ということになるだろう.（第 3.1 項を参照.）

[4]ヴィトゲンシュタインの「家族的類似性（Familienähnlichkeit）」については，本論説の付録（[6] の第 2.5.4 項の再録）を参照されたい．

[5]この方向性での検討の現状については，脚注 16 にその一端が述べてある．なお，[6] も参照されたい．

[6]この方面での先駆は，ヴェーバーの「Ideal Typus」であった．これについては，[3] で考察している．

2　教育観と数学

2.1　姿勢としての「教育数学」

確かな教育観の下で数学を営むことを，我々は,「教育数学（Educational Mathematics）」という言葉で象徴させている.「教育数学」とは，何よりも，教育というものを明確に意識しながら数学を実践しようという“姿勢”を示している[7].

いずれにせよ,「数学の教育」と呼ぶことができるような営みは,「教育」というものについての何がしかの了解を前提としているはずである．しかし，そうした了解は，多くの場合，実践している当人に意識されていないか，意識されているとしても，当人が属する何らかの共同体が暗黙裡に共有している見解の断片といったものに過ぎないだろう．一方，我々が教育数学という言葉で想定している営みは，明確に意識化された，確かな教育観を前提とすることが第一の要件である.

それでは，そもそも,「教育観」とは何を意味しており，さらに,「その下で数学を営む」とはどういうことを言うのだろうか.

2.2　「実践」と「論議」

たとえば,「分数の計算を，こういう教材を工夫して，このクラスで授業したら，クラスの全員が試験で 90 点以上とった」というのは，実践であり，経験であって，その教材なり指導法についての説明は，口頭であれ文書であれ，実践ないし経験の「記述」である．それに対し,「この指導法を用いれば，どのクラスの生徒でも試験の点が 90 点以上になる」という主張は，その“正当性（真偽）”が問題となるもの，つまり，論議の対象である“命題”になる.

後者の“命題”は,「どのクラスの生徒であっても」という，いわば「変項」を含んでいるわけだが，こうした主張で表現されるものを「**一般**」と呼ぼう．対比的に，前者のような「定項」だけからなる主張で表現されるものは,「**個別**」ということにする[8].

つまり,「実践する」ことは「個別」であり,「論議」の対象は「一般」ということになる.

第 2.1 項で,「確かな教育観の下で数学を営むこと」を「教育数学」という言葉で象徴させると述べた．この「教育観」を“一般”として，そして,「その下で営まれる数学」を“個

[7]なお，少々“技術的”に述べるなら,「教育数学」という言葉は，しかるべき教育観の下で数学を構成すること，あるいは，そうして構成された数学や，そうした営みに必要な補助的手段を整備することなどを含意する．本稿の扱う内容は，このうち,「補助的手段の整備」のひとつに相当している.

[8]この“一般と個別”は，人間の認知機能における要素的なその重要性（2.3 項を参照）を反映して，古来より様々な文脈で様々に名づけられている．近代でいえば,“das Allgemeine und das Besondere”であるとか,“the general and the particular”と対句で使用されるものに相当している．なお,「一般」と「個別」を名詞と思うか，形容詞と解するかは，日本語の慣用に従って，文脈によって判断することとしたい．なお，多少ニュアンスは変わるが,「一般」のかわりに「普遍」ということも多い.

別”と見ようというのが，本稿の基本的な立場である[9].

2.3　「一般」と「個別」

「一般」と「個別」の区別は，人間が自身を取り巻く（外的であれ内的であれ）環境を認知するための基本的な仕組みのひとつであって，“絶対的”なものではない．あくまで，相対的というか，対比的なものであって，ある状況で「一般」として把握されたものが，別の文脈で「個別」と見なされることは珍しくない．人間の認知機能は，局所的に一種の入れ子構造をなしているが，その要素的構造が“一般と個別”ということになるだろう．

以上の了解の下で,「一般」と「個別」の関係性について，簡単にまとめておこう．

「一般」と「個別」の関係については,「個別」から「一般」に向かう方向と，逆に,「一般」から「個別」へと向かう方向が考えられる．この種のことを論じるには，ソシュールの教えに従って，通時的と共時的の区別をすることが役に立つ．

まず，通時的に捉えてみよう．今,“通時的”に捉えるということは,「個別」はあっても「一般」がない状態，あるいは，その逆ということになる．今,「個別」から「一般」へと向かう方向は，与えられている「個別」から「一般」を創り出すことに対応するが，要は，個別の事象群から着目すべき特徴類を引き出し，それ以外を捨てることになる．つまり，抽象と捨象だが，ここでは，両者の意味合いを合わせたものとして「**抽象**（abstract）」と呼んでおこう[10].「一般」から「個別」へ向かう方向は，どうだろうか．この場合は,「一般」をもとに，そこに抽象化されうる「個別」を“現実”に創り出すことに相当する[11]．このことを,「**実化**（realize）」と呼ぶことにする[12].

次に，共時的に考えてみよう．つまり,「一般」も「個別」も，すでに存在している場合である．この場合,「一般」から「個別」に向かうことを，その典型的な場面である「規則や原則などを現実に適用する」の意をとって,「**適用**（apply）」と呼ぶことにする．また,「個別」から「一般」に向かうことは，個別のなかに一般に相当する特徴を見出すことか

---

[9]“数学の教育”を,「数学」の方を“一般”として,「その下で営まれる教育」を“個別”と捉えることもできる．例えば,「指導要領で表現された数学」を「具体的な授業」で実現しようとする営みなどは，こちらの方と見なすことが自然だろう．我々が構想している「教育数学」に対して，こちらの方は，おおむね通常の意味合いでの「数学教育（Mathematical Education）」と呼ぶのが相応しいかもしれない．なお,“教育観”や“数学観”の記述についての，より具体的な議論については，[8] を参照されたい.）

[10]「個別」から抽象によって得られたものが「一般」であるという意味では,「一般化 (generalize)」と呼ぶこともできる．

[11]このことは,「個別」からの抽象化によらない「一般」が存在することを前提している．この点については，脚注 15 を参照のこと．

[12]「すべての生徒の基礎学力を養成する」という言明は“一般”であって，そういう「一般的な言明」が存在しているからといって，目の前にいる個々の生徒の「基礎学力の養成」の可能性を保証するものは何もない．“個別”である一人一人の生徒の「基礎学力」を実現させることは，それぞれの状況に応じたそれぞれの工夫を必要とする実践的な営みである．このことは,「基礎学力」の定義とは無関係である．なぜなら,「定義」は,“一般”の一種に他ならないのだから．

ら,「**評定**（evaluate）」と呼びたい [13]．

2.4 「形式」と「実質」

「個別」の立場から「一般」を見れば,「形式」的なものに映る．対して,「一般」の側から見える「個別」は,「実質」的なものである．第 2.3 項で述べた「一般」と「個別」の関係性は,「**形式**（formal）」と「**実質**（material）」のそれと言ってよい．

例えば,「教育観」の重要な要素の一つに「教育の目的」が挙げられるが,「製造業で設計職に就くために必要な数学に関する知識や技能を教える」といった“ 目的 ”も,「民主社会の一員として，政治的・経済的に適切な判断を下すために必要な数学に関する知識や技能を教える」という“ 目的 ”も，そうした目的を実現するための実際の授業といった「実質」的な「個別」と対比的に,「形式」的に表現された「一般」である．

「一般」としての“ 目的 ”を形式的なものとして捉えることには，積極的な意味がある．例えば,「P をすることができる能力を身につける」という目的と,「P をしないことができる能力を身につける」という目的を考えてみよう．外見上はどうであれ,「この両者を同時に満たす」ことに還元できるような“ 目的 ”については，それを達成する「実際の授業」は存在しないはずであり，そうした授業を実施したという主張がなされているなら，その主張が間違っているか，そうでなければ，一般として前提されている目的の方に何がしかの誤りが含まれていることが推測されることになる [14].

つまり,「一般」の総体は,「形式」的な操作を伴う，それ自身の内的な秩序を備えた“ 世界 ”をなしており,「実質」を備えた個別からの抽象によって得られた「一般」を素材として含んではいても,「個別」の総体と同型な“ 世界 ”を形造っているわけではないことになる [15].

2.5 一般と個別をつなぐ「教育数学」

第 2.1 項で，教育数学の姿勢とは,「確かな教育観の下で数学を営むこと」だと述べた．結局のところ,「確かな教育観」とは形式的な整合性を具えた「一般」として提示されるもの

[13] もちろん，通時的と共時的の区別が一種の理念的なものであることの反映として，具体的な場で,「これは抽象なのか評定なのか」であるとか,「実化なのか適用なのか」という問いに答える明確な基準があるわけではない．それは，判断という行為を行う者の置かれている状況（外的要素）や，行為者自身の観点の選択（内的要素）に依ることになる．したがって,「一般」と「個別」の関係性について，通時的と共時的を区別しない用語を選ぶこともできる．例えば，カントは,『判断力批判』で，Allgemeinen（一般）から Besondere（個別）に向かうことを“ bestimmen（規定）”，その逆方向を“ reflektieren（反省）”と呼んでいる（[9, p.87]）．

[14] “ 形式 ”的な話題だから，直ちにわかる（還元の必要のない）“ 実質 ”的な例を挙げることは難しく適当ではないかもしれないが，相反する目的の例として,「他人が話すときは黙っていること」と「他人が話すときは相槌をうつこと」などが考えられる．

[15] ここに，第 2.3 で述べた「一般からの個別の実化」という営みの根拠がある．なお，脚注 11 を参照．

であり,「その下で数学を営む」とは，そうした「一般」を実質的に実現する数学的な活動という「個別」を与えることになる．

ただ，第2.3項の整理によれば,“一般”としての「教育観」と“個別”としての「数学的営み」の間には，他の関係も成り立ちうるし，そうした関係性の実現も，また,「教育数学」の射程に入るべきだと考えている．

例えば，教育観の一要素である「目的」に即して，第2.3項の用語を用いて述べるなら，「教育数学」には次のような営みが含まれることになる．まず，形式的に表現されている目的が与えられたとき，その目的を，既成の（教育的とは限らない）“数学”に「適用」したり，新しい“数学”を「実化」したりすること．あるいは，個別の（教育的な領域に限定されない）経験として与えられた“数学”から，既成の教育目的を「評定」することや，新たな教育目的を「抽象」すること等である．

3 「型式」と「枠式」

「一般」を「形式」的に整備するための方法は，伝統的に「論理学」といわれてきた．本節では,「実質」との関係性を反映させつつ「形式」を論じるためには，伝統的論理学の基本要素である「**概念**（concept）」では不十分であって,「**型式**（morphic type）」や，それを用いた「**枠式**（morphic frame）」と呼ぶものが必要であることについて述べる．

3.1 「概念」の定義

教科書的には,「概念」は，次のように“定義”される（[10, pp.19-21]）．まず,「思考に対立し，独立に存在を維持していると考えられるものを“対象（object）”と名づけ」ると,「われわれの思考は，それらの対象をいろいろな性質に分析し，その偶有性を“捨象”し，その共通性を“抽象”し，これを総合して一つの論理的統一体を構成する」ことができるが，この統一体が「“概念（concept）”と名づけ」られるものになる．

なお，このような構成の仕方から,「概念は，一方において，対象の共通性を意味し，他方において，その共通性を有する対象の範囲を意味する」が,「論理学においては，前者を，概念の“内包（intension）”と名づけ，後者を概念の“外延（extension）”と名づける」ことは周知であろう．古典的な例を挙げれば,「人間」という“概念”は,「実体的・有形的・有生的・可感的・理性的など」の特質からなる「内包」と，これらの特質を有する人々の全体からなる「外延」との対からなっている．

3.2　「概念」の問題点

前節の文脈でいえば,「内包」を“ 形式 ”に,「外延」は“ 実質 ”に，それぞれ対応させたいのだが，その際に問題になるのは，第 2.3 項の用語でいう「適用」や「評定」の“ 決定可能性 ”である．

例えば,「人間」という概念について,「適用」や「評定」を実行するということは，遠目に見える“ 人影 ”がマネキン等々ではなく「人間」なのかどうか，あるいは，山奥で発見された“ 狼少女 ”が「人間」なのかどうかを，つまり，それぞれが「人間」の内包に含まれる諸特徴をもつのかどうかが“ 決定 ”できなければならない．

この種の“ 決定 ”を,「判断者による恣意性を完全に排して」行うことは，実際には，不可能だろう．その理由は,「完全な理論なり測定法なりが得られれば解消されるのだが，今の状態が不完全であるために生じる（隠れたパラメーター説)」のかもしれないし,「人間が自由意思をもつことに由来する（人間の自由意思説)」のかもしれない．ただ，いずれにしても，現実に，人は,「内包」と「外延」を確定した領域として対応づけることはできない．

結局のところ，“ 概念 ”というものは，そうした“ 決定 ”が可能であるいう理想（極限）状況においてしか存在しえない，つまり，それ自体が形式的なものということになる[16]．

3.3　「概念」から「型式」へ

論理学的な「概念」の使用で問題となることは，使用者に,「形式」的な結論に過ぎないものを「実質」であるかのような“ 幻想 ”を生じさせてしまうことにある．もちろん，使用する者が，そうした事情を弁えていれば済むことなのだが，教育に関係する議論においては，ことさらその弊が大きいと感じている[17]．そこで，そうした“ 幻想 ”を避けるための工夫として,「型式」というものを考案してみた．

---

[16] 「概念」という“ 極限 ”を与える母胎は，イェルムスレウのいう“ 日常言語（daily language）”であり，論理学は日常言語から人工的に産み出された形式言語の一種ということになる．ところで，言語を論理学の視点から捉えるという倒錯した見方は，ソシュールによって正された．ソシュールの基本的なアイデアのひとつは,「内包」と「外延」を，いずれも心的なイメージである「シニフィアン」と「シニフィエ」に，そして,「概念」を，その対からなる“ 統一体 ”としての「シーニョ（記号)」として，捉え直すことにある．このソシュールのアイデアは，その後，ピアジェによって人間の認知機能へと拡張される．また，イェルムスレウはシニフィアンやシニフィエを“ 共示 ”という構造をもつ“ 平面 ”へと，さらに，プリエートがシニフィエ空間の部分集合族とシニフィアン空間の部分集合族の“ 双面構造 ”を満たす対へと拡張した．プリエートの構想した“ 双面構造 ”をもつ系を，単位である「セーマ（統号)」に由来して，統号系と呼ぶことにする．我々は,「概念」であれ，本節で紹介する「型式」であれ，その母胎を，個々人の認知機能を（局所的な）統号系と見なした上で，そうした個人から構成される共同体がもつ（大域的）統号系として把握しようとしている.（なお，統号系については，[7] の第 3 章を参照されたい.）

[17]元来，こうした幻想を生じさせるのは「言葉」のもつ機能のひとつであり,「概念」はそうした幻想を避けるためのものだったはずだから，現代における論理学的な訓練の不足が,「概念」の日常言語化をもたらしているというべかもしれない．

「型式」は,「概念」についての言葉を流用すれば[18]，内包から外延が完全には決定できないという前提の下に，内包にあたる「特徴を表示するシンボル群」の総称として表示される．ただ，型式 A のある個別への「適用」や，型式 A をある個別の「評定」から得るためには，使用者の主体的判断が必要であることを意識することが容易となるよう，心理的な引掛りをもたらすことを期待して，総称としてのシンボルに「型」を添えて付すことにしている．例えば，型式としての「人間」は，概念としての「人間」ではなく，日常言語としての「人間」でもないことを強調して,「人間型」と呼ぶことになる[19]．

3.4 「ポルフュリオスの樹」から「枠式」へ

複数の「概念」は，種々の関係性をもつ．古典的な例を挙げると,「人間」という概念の内包が「実体的・有形的・有生的・可感的・理性的」であるということは，“ 対象の総体 ” の次のような秩序づけが反映されている．この秩序は，まず,「実体的（Substance)」な対象の総体を,「有形的 (Corporeal)」なものと「無形的 (Incorporal)」なものに区分し，さらに，有形的な対象群を「有生的（Animate)」と「無生的（Inanimate)」に，続けて，有性的な対象群を「可感的（Sensible)」と「無感的（Insensible)」に，可感的対象群を「理性的（Rational)」と「非理性的（Irrational)」に区分するといったものである．

万象のありさまを概念的に把握するためのこうした系統樹は，周知のように,「ポルフュリオスの樹 (Arbor Porphyriana)」と呼ばれる[20] が,「概念」を「型式」に替えても，同趣旨の秩序づけが成立する.「型式」によるこの「ポルフュリオスの樹」の類似のことを,「枠式」と呼ぶ.

「ポルフュリオスの樹」は，万象に設定された一種の “ 座標系 ” であり，先の例でいえば,「人間」の座標が（実体的，有形的，有生的，可感的，理性的）と与えられていると思うことができる.「枠式」の場合は,「型式」が「概念」より事象への適応の恣意性が高いことを反映して，万象に大域的に設定された座標系というよりは，多様体としての万象に適用される局所座標のモデル空間といった趣の強いものになっている．

3.5 「型式」についての補足

A. 「型式」と「理念型」

[18]流用せず厳密に実行しようと思えば，脚注 16 で述べた共同体の大域統号系という母胎が必要となる．

[19]ある人物の性質が「人間」という概念の内包に属するとき，その性質は,「人間的」と言われる．型式の場合は，概念と差別化をはかるため，この人物のその性格は「人間型」だということになる．もちろん，議論を共有する集団に「型式」であることの趣旨が了解されていれば,「人間型」であろうが,「人間的」であろうが構わないことではある．

[20]例えば， [10, p.27] を参照.

「型式」は，マックス・ヴェーバーの提案した「Ideal Typus（理念型）」の同工異曲といってもよい．ただ，Ideal Typus という言い方だと，通時的を見方が強調されすぎているように感じられるため，名称を工夫してみたものである．

B. 「型式」と「型式番号」

「型式」は，生産管理や販売・在庫管理のために工業製品に付される型式番号の類似になっている.「型式番号」を例として，第 2.3 項の「抽象」,「実化」,「適用」,「評定」の用語について簡単に説明を与えてみると，次のようになる．

1. 主機能が A であるように設計された製品に，A-シリーズのひとつとして，A-△△△ といった型式番号を付すのは,「適用」である．
2. 主機能が A であるように設計された製品があったとする．この製品の B という機能が好評であったため，B-シリーズのひとつとして販売が計画され，B-△△△ といった型式番号を付すことになった．このとき，B シリーズが既存であるなら「評定」であり，そうではなく，B シリーズ自体を立ち上げるのなら「抽象」ということになる．
3. C という機能を主機能としてもつ C-シリーズのひとつとして，副次的機能の表示を含む C-△△△ といった型式番号が想定されるとき，その型式番号を付与するのが適当であるように，設計をしたりプロトタイプを作成したりして製品化を行うことは,「実化」である．

4 数学の教育を実践するために

4.1 抽象型数学と具象型数学

本稿で述べた「方法」は，教育数学に限らない，より汎用性をもった方法になっている．

今,「数学」に関係する事象の総体に“ 型式 ”として「一般」と「個別」の区分を持ち込んだものを,「抽象型数学」と「具象型数学」と呼ぶことにする．例えば，自然数の記数法や四則演算を，算用数字・位取記数法・筆算で営む「数学」と，具体物（結縄でも，おはじきでも，タイルでも）で営む「数学」は，対比的に，抽象型と具象型とみなせる [21]．もちろん，抽象型と具象型は“ 型式 ”であるから，前者の「数学」は，公理的に展開された代数系としての自然数という「数学」と対比的にみれば，具象型とみなすことになるだろう．

数学の教育の本質は，教授側が「抽象型」から「具象型」を構成し，学習側が「具象型」から「抽象型」に遷移することといっても良いかもしれない．

4.2 教育観という地図

数学を教えたり学んだりすることを旅に喩えるとするなら，今，自分がどこにいて，目的地に向かうにはどの道を辿ればよいかを決めるには,「地図」が必要だろう．数学の教育

[21] つまり,「適用」である．

という実践の旅に必要なのは，経験を一般化した教育観という略図であり，地図記号は型式，枠式は方位を示すものといえるかもしれない．

個別なしの一般は無意味だが，一般なしの個別は，地図なき旅のようなものである．数学の教育の旅は，精密な地図にもとづく詳細な旅程つきのものというよりは，略図を頼りに現実の様子を探りながら進むといったふうなものだろう．

数学の教育に携わる人々が，密林を彷徨うことや，砂漠で遭難するような羽目に陥らないために，教育数学的な考え方が役に立つだろうと思うのである．

参考文献

[1] アリストテレス 『形而上学 (上)』（出 隆 訳・岩波文庫） 岩波書店 (1959）.

[2] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学序説 – 古代における教育と数学の類型 – 』 三重大学教育学部紀要， 第 61 巻， 教育科学, (2010), 187 - 218.

[3] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の方法論的基礎（I)』 三重大学教育学部紀要， 第 62 巻，教育科学, (2011), 115 - 134.

[4] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の諸相 (I) — 数学の多様性 — 』 三重大学教育学部紀要，第 63 巻， 教育科学, (2012), 335 - 352.

[5] 蟹江幸博，佐波学 『教育数学の諸相 (II) — 数学の教育的側面 — 』 三重大学教育学部紀要， 第 64 巻， 教育科学, (2013), 177 - 191.

[6] 蟹江幸博，佐波学 『言語学から教育数学を構想する』， 数理解析研究所講究録 1867 巻（RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力とその育成法に関する研究』報告集）, 4 - 80.

[7] 蟹江幸博 『数学の多様性と普遍性 — 教育数学の試み』， 数理解析研究所講究録 2021 巻 （RIMS 研究集会『教育数学の一側面 — 高等教育における数学の規格とは — 』報告集）.

[8] 蟹江幸博，佐波学 『『幾何的直観と対称性』の教育観と数学観 （I） — 教育数学における「方法」の探求 — 』， 数理解析研究所講究録 （RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力を育成する教材に関する研究』報告集）, 掲載予定.

[9] Weischedel, W. (ed.) : *Immanuel Kant. Kritik der Urteilskraft*, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft. 2, 8. Auflage, Verlag: Frankfurt am Main: Suhrkamp, (2014).

[10] 須藤新吉 『論理学綱要 改訂版』 内田老鶴圃 (1971）.

[11] Wittgenstein, L. : *Philosophical Investigations* (fourth edition), Blackwell Publishing Ltd. (2009).

[第 2 版の日本語訳]　『哲学探究』（藤本隆志 訳，ウィトゲンシュタイン全集 第 8 巻), 大修館書店, (1976).

付 録 — ヴィトゲンシュタインの家族的類似性

ヴィトゲンシュタインの遺著『哲学探究 (*Philosophische Untersuchungen*)』([11]) から，“ 家族的類似性 ” の登場する箇所を抜粋しておく．

まず，ヴィトゲンシュタインが,「言語と呼ばれる現象」における “ 共通性 ” を否定するところから始めよう．

> われわれが言語 (Sprache, langage) と呼ぶものすべてに共通な何かを述べる代りに，わたくしは，これらの現象のすべてに対して同じことばを適用しているからといって，それらに共通なものなど何一つなく， — これらの現象は互いに多くの異なったしかたで類似 (*verwandt, affinity*) しているのだ，と言っているのである．そして，この類似性ないしこれらの類似性のために，われわれはこれらの現象すべてを「言語」と呼ぶ．([11], p. 35.)

続けて，ヴィトゲンシュタインは,「この点を明らかにすることを試みよう」と述べ，言語を一種のゲームとみなす自身の著名な「言語ゲーム (Sprachspiel, langage-game)」の立場から，“ ゲーム一般 ” の議論に入る．

> たとえば，われわれが「ゲーム（遊戯)」と呼んでいる出来事を一度考察してみよ．盤ゲーム，カード・ゲーム，球戯，競技，等々のことである．何がこれらすべてに共通なのか． — 「何かがそれらに共通でなくてはならない，そうでなければ，それらを〈ゲーム〉とはいわない」などと言ってはならない — それらがすべてに何か共通のものがあるのかどうか，見よ． — なぜなら，それらを注視すれば，すべてに共通なものは見えないだろうが，それらの類似性，連関性を見，しかもそれらの全系列を見るだろうからである． ⋯ たとえば，盤ゲームをその多様な連関性ともども注視せよ．次いで，カード・ゲームへ移れ．そこでは，最初の一群との対応をたくさん見出すであろうが，共通の特性がたくさん姿を消して，別の特性が現われてくる．そこで球戯へ移っていけば，共通なものが多く残るが，しかし，たくさんのものが失われていく． — これらすべ

てが〈娯楽〉なのか．チェスとミューレ[22]を比較せよ．あるいは，どこでも勝ち負けとか，競技者間の競争があるのか．ペイシェンスを考えてみよ．球戯には勝ち負けがあるが，子供がボールを壁に投げつけて再び受けとめている場合には，この特性は消え失せている．… このようにして，われわれは，この他にも実にたくさんのゲーム群を見てまわることができる．類似性が姿を現わすかと思えば，それが消え失せていくのを見るのである．([11], p. 36.)

そして，ヴィトゲンシュタインは,「この考察の結果」を,「われわれは，互いに重なり合ったり，交差し合ったりしている複雑な類似性の網目を見，大まかな類似性やこまやかな類似性を見ているのである」とまとめてみせる．

ここで,「**家族的類似性** (*Familienähnlichkeiten, family resemblances*)」が登場する．

わたくしは，このような類似性を「家族的類似性」ということばによる以外に，うまく特徴づけることができない．なぜなら，一つの家族の構成員の間に成り立っているさまざまな類似性，たとえば，体つき，顔の特徴，眼の色，歩き方，気質，等々も，同じように重なり合い，交差し合っているからである．— だから，わたくしは,〈ゲーム〉が一つの家族を形成している，と言おう．([11], p. 36.)

最後に，ヴィトゲンシュタインは，以上の見解を“ 数 ”の概念に適用して見せる．

同様にして，たとえば，数の種類も一家族を形成している．なぜわれわれはあるものを「数」と呼ぶのか．おそらく，それが，これまで数と呼ばれてきた多くのものと一つの — 直接的な — 連関をもっているからである．そして，そのことによって，それはわらわれもまたそのように呼ぶ他のものとの間接的な連関をもつようになる，と言うことができる．そして，われわれは，ちょうど一本の糸をつむぐのに繊維と繊維をよりあわせていくように，数というわれわれの概念を拡張していくのである．しかも，糸の強さは，ある一本の繊維が糸全体の長さをつらぬいているという点にあるのではなく，たくさんの繊維が互いに重なり合っているという点にあるのである．

しかし，もし誰かが「それゆえ，これらすべての構成物には何か共通なものがある， — すなわち，これらすべての共通性の選言である」と言いたくなったとすれば， — わたくしは次のように答えるだろう．あなたはことばとたわむれているにすぎないのだ，と．([11], pp. 36–37.)

[22] 三目並べ．